



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο  
Σχολή Αγρονόμων Τοπογράφων Μηχανικών

# Γεωδαιτική Αστρονομία

**Ρωμύλος Κορακίτης**

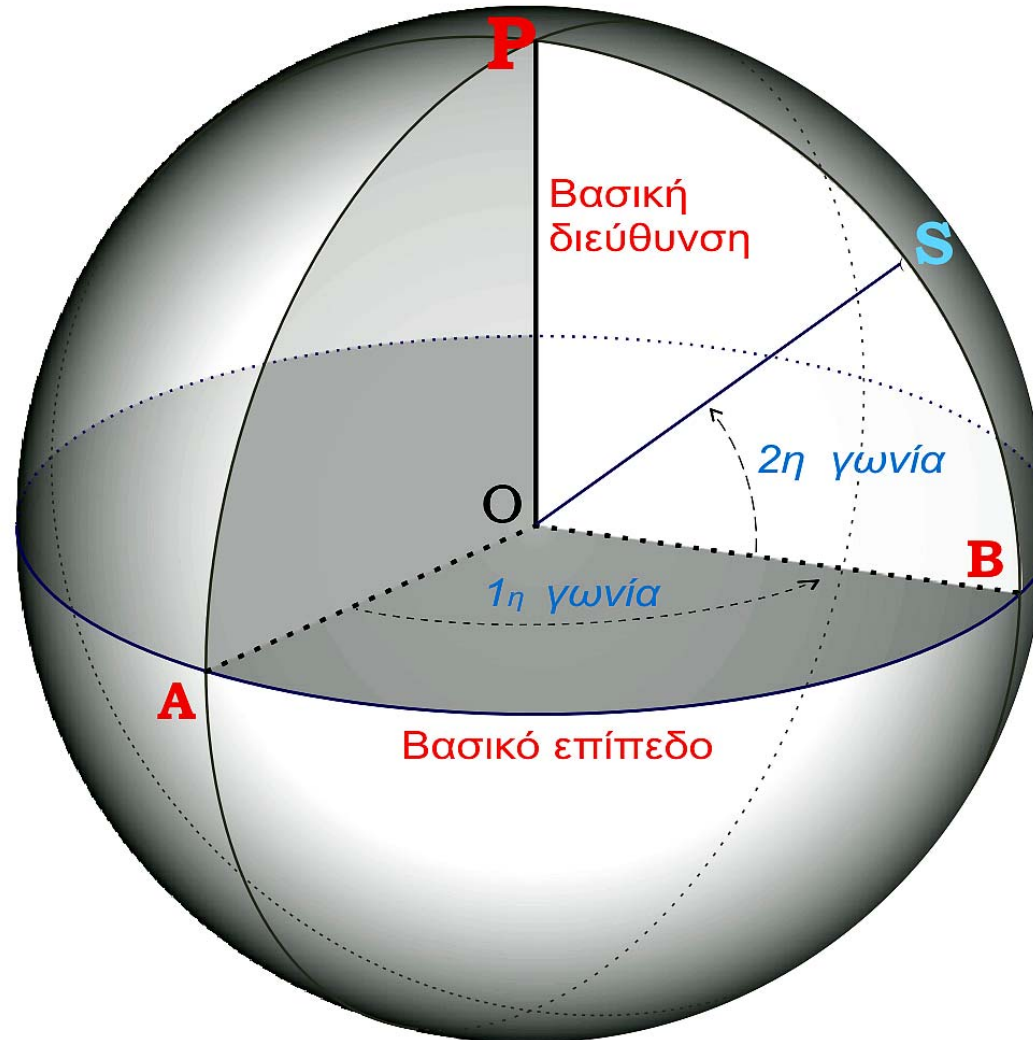
Αστροφυσικός

Αναπλ. Καθηγητής ΕΜΠ

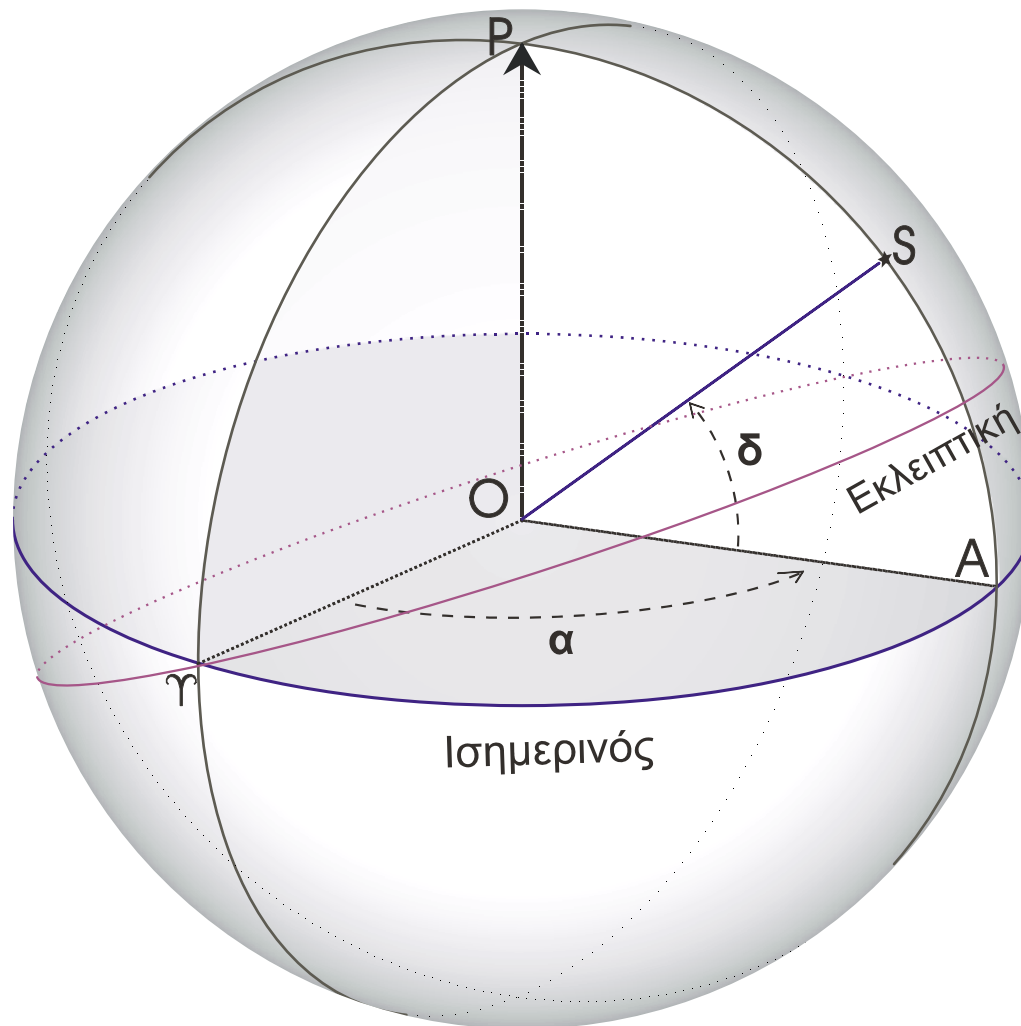
*[romylos@survey.ntua.gr](mailto:romylos@survey.ntua.gr)*

**ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ**

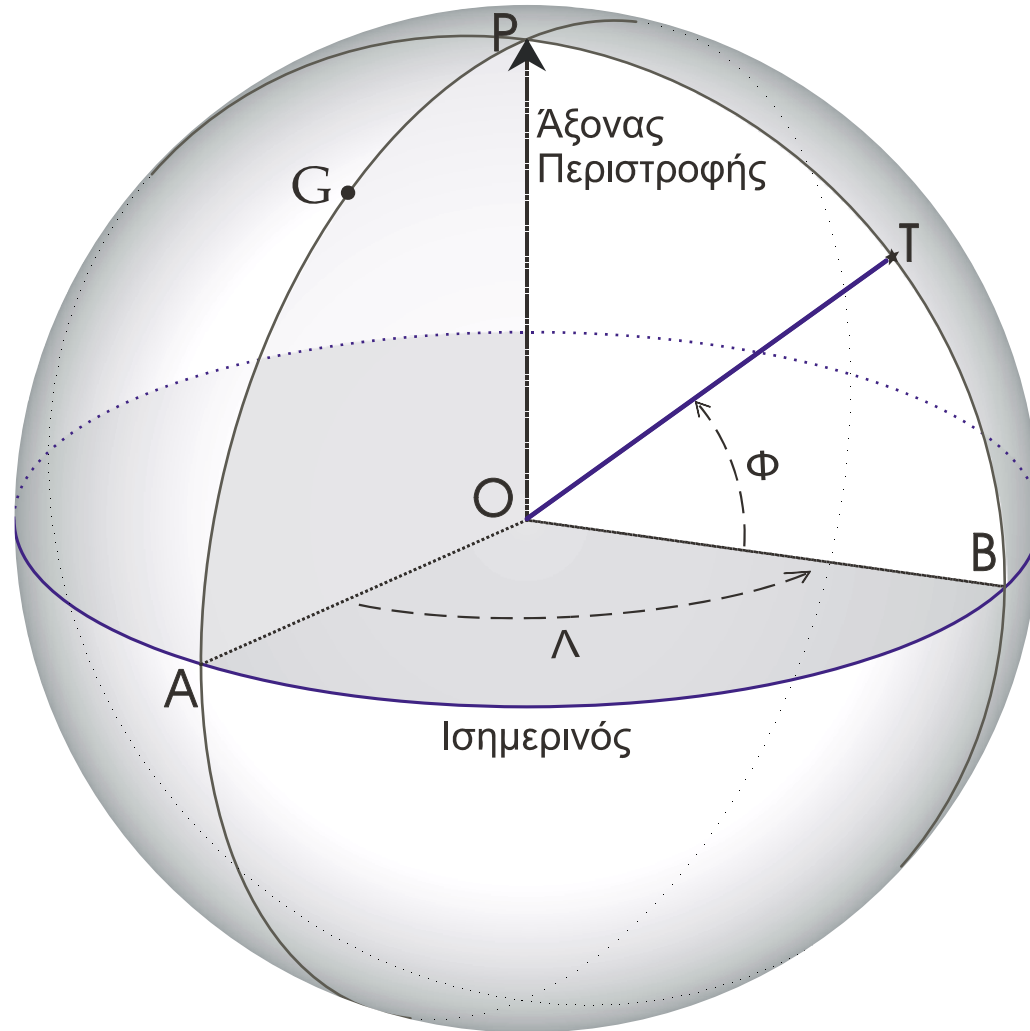
# Σφαιρικό σύστημα αναφοράς



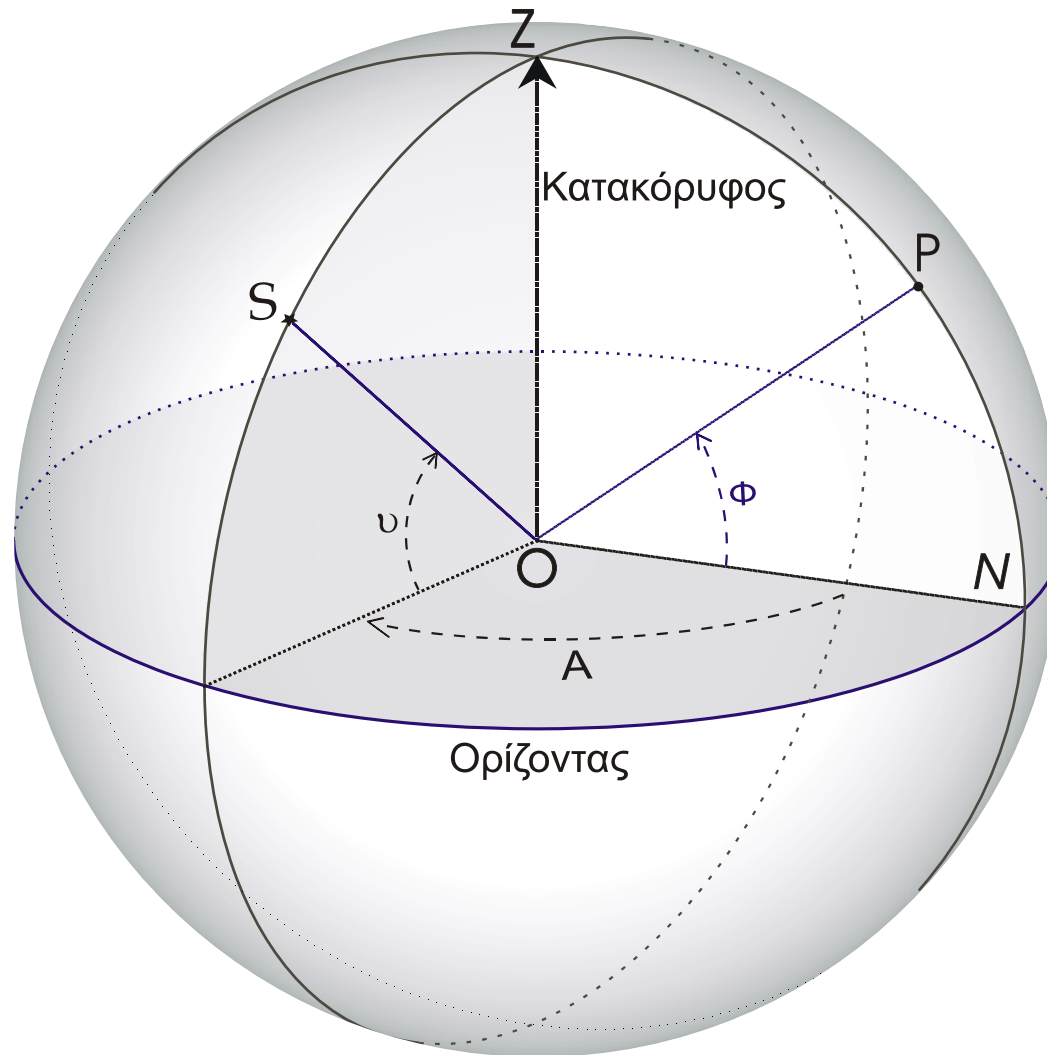
# Ουρανογραφικό σύστημα αναφοράς



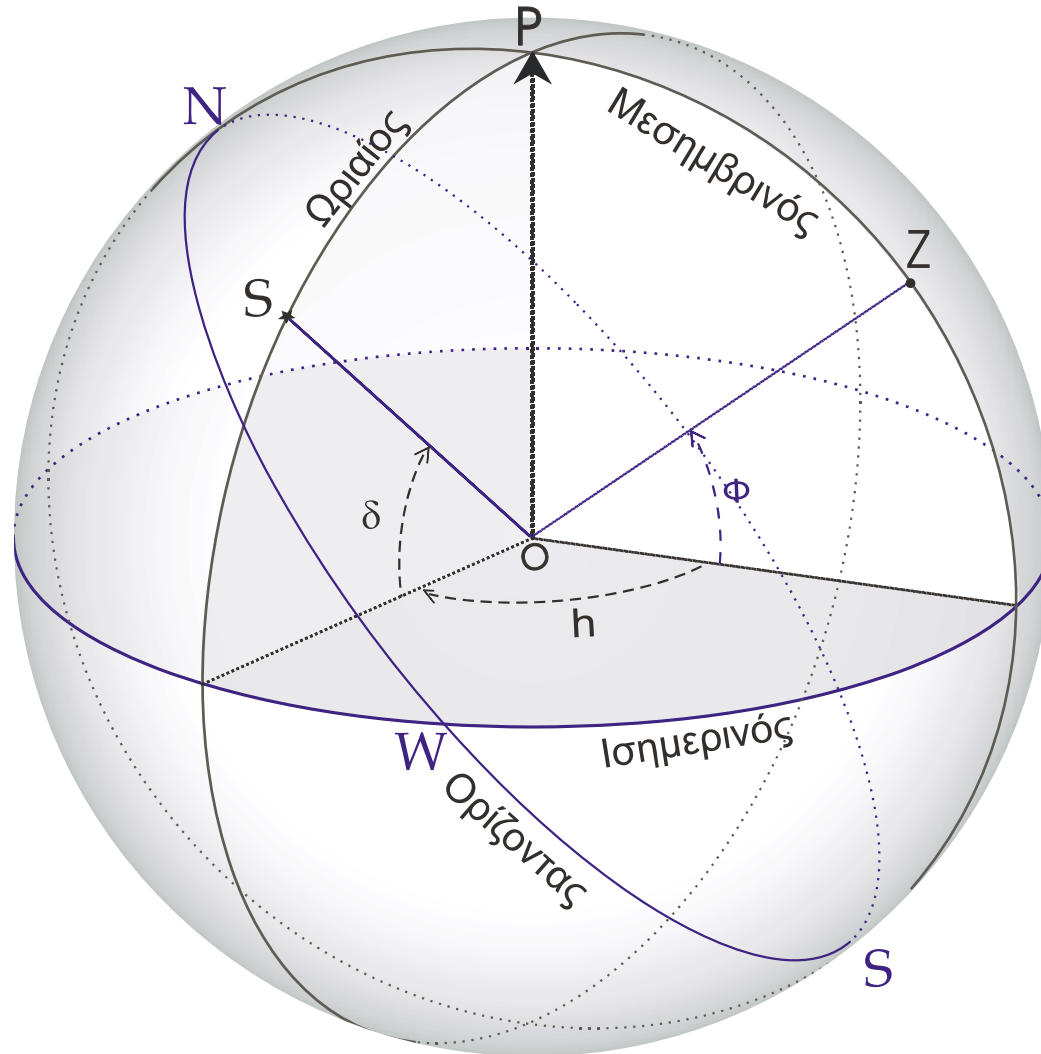
# Αστρονομικό σύστημα αναφοράς



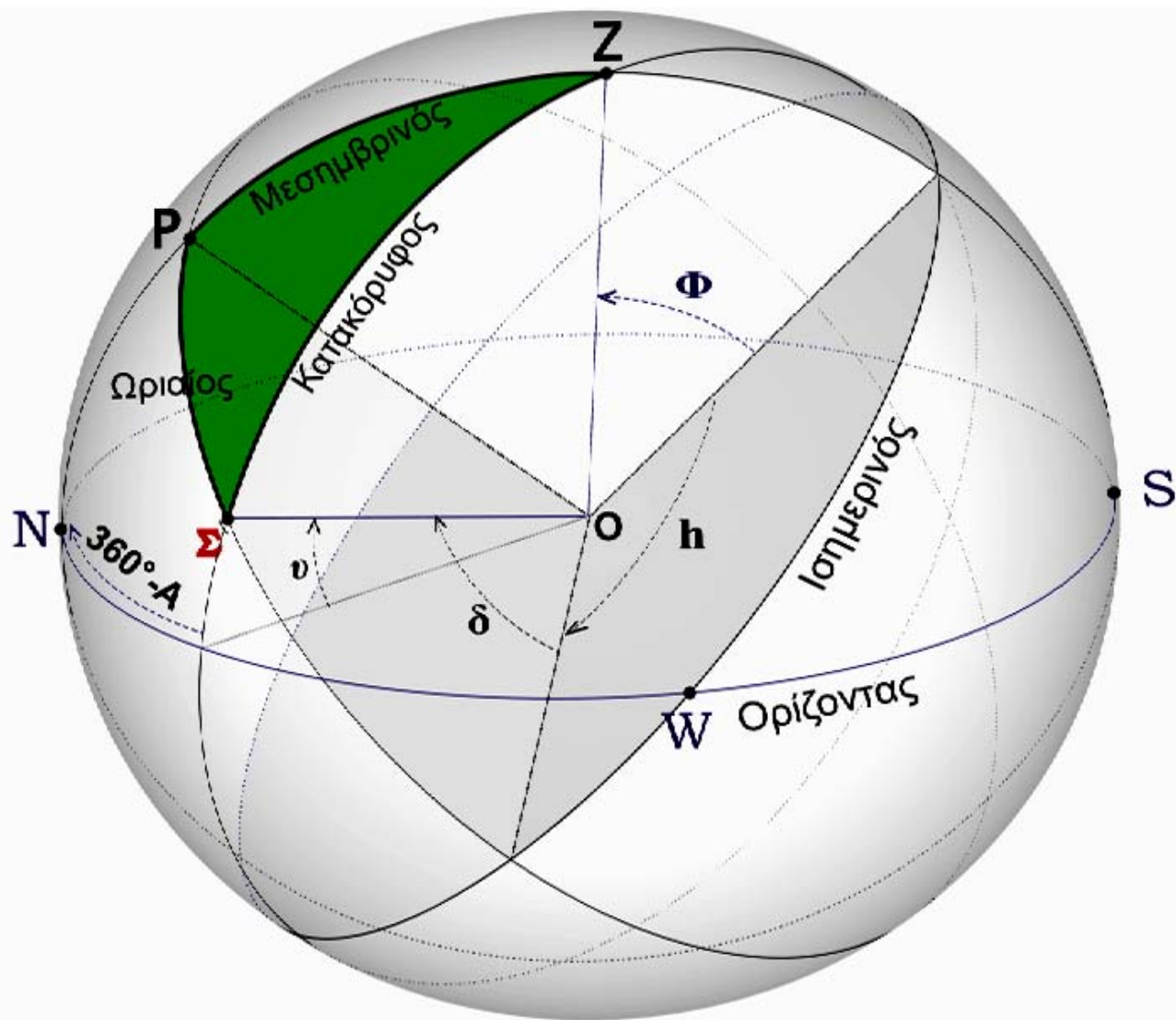
# Οριζόντιο σύστημα αναφοράς



# Ισημερινό σύστημα αναφοράς



# Το τρίγωνο θέσης



## Αστρικός Χρόνος - 1

Ο **αστρικός χρόνος** είναι η βάση για τις αστρονομικές, αλλά και τις καθημερινές, κλίμακες χρόνου. Ορίζεται από την φαινομενική περιστροφή της ουράνιας σφαίρας, επομένως εξαρτάται άμεσα από την περιστροφή της Γης.

**Τοπικός Αστρικός Χρόνος  $\theta_0$  (Local Sidereal Time LST):**

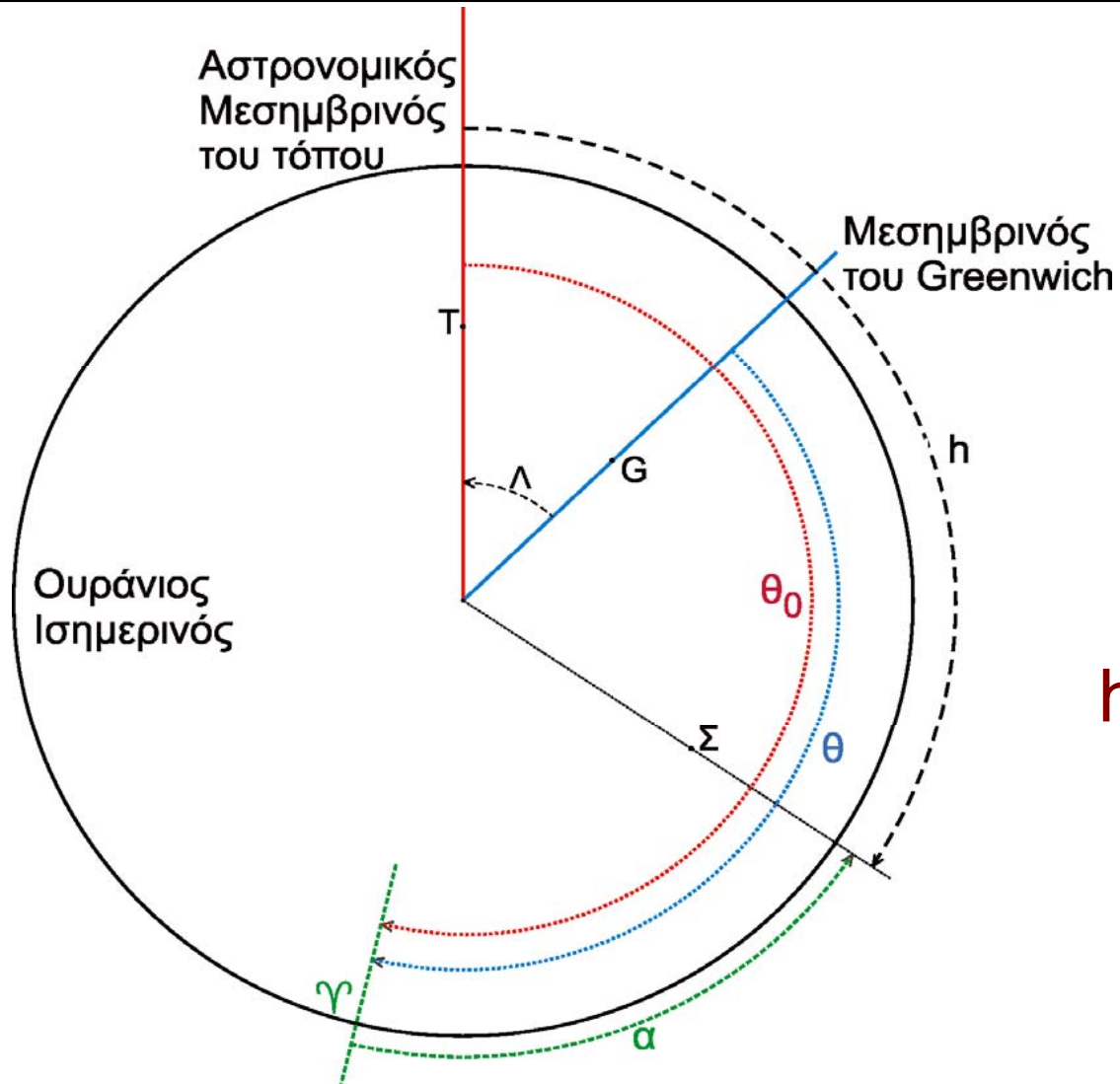
είναι η κλίμακα χρόνου που δημιουργείται από την **ωριαία γωνία του εαρινού ισημερινού σημείου ( $\Upsilon$ )** σε κάθε τόπο.

Αν ο τόπος είναι το Greenwich, τότε δημιουργείται ο **αστρικός χρόνος Greenwich  $\theta$  (Greenwich Sidereal Time GST)**, ο οποίος εκφράζει την (στιγμιαία) γωνία στροφής του αστρονομικού ως προς το ουρανογραφικό σύστημα συντεταγμένων.

---



# Αστρικός Χρόνος - 2



$$\theta_0 = h + \alpha$$

$$\theta_0 = \theta + \Lambda$$

$$h = \theta + \Lambda - \alpha$$

## Παγκόσμιος Χρόνος - 1

Ο αστρικός χρόνος εκφράζει την περιστροφή της Γης *ως προς τα αστέρια.*

Για τις καθημερινές ανάγκες είναι απαραίτητη μια κλίμακα χρόνου που να συμβαδίζει με τις συνθήκες φωτισμού, επομένως να συμφωνεί με την *φαινόμενη θέση του Ήλιου.*

Αυτή η κλίμακα χρόνου είναι ο **Παγκόσμιος Χρόνος UT (Universal Time)**

Ο συνδυασμός περιστροφής και περιφοράς της Γης προκαλεί μια διαφορά περίπου 4 λεπτών κάθε μέρα μεταξύ των δύο κλιμάκων χρόνου.

---

## Παγκόσμιος Χρόνος - 2

Ο Παγκόσμιος Χρόνος ορίζεται από την σχέση:

$$\theta = 18^{\text{h}} 41^{\text{m}} 50^{\text{s}}.54841 + 86636^{\text{s}}.5553679051 * d + \dots$$

$\theta$  = (μέσος) αστρικός χρόνος Greenwich

$d$  = χρονικό διάστημα Παγκόσμιου Χρόνου (σε ημέρες) από την εποχή J2000 (12h UT της 1ης Ιανουαρίου 2000)

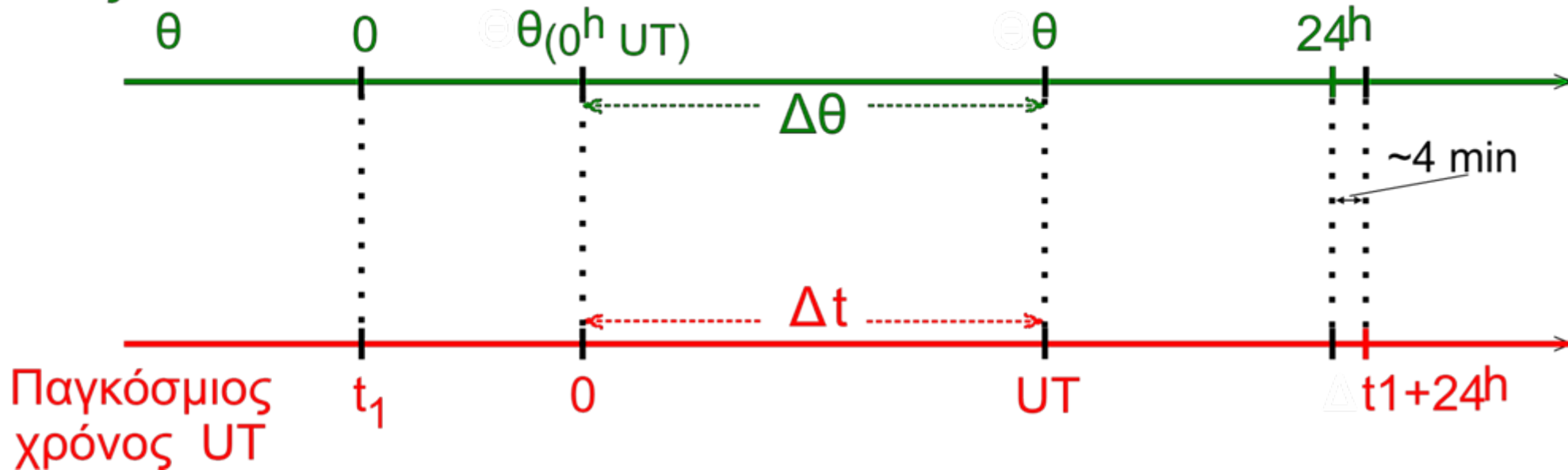
Ο Παγκόσμιος Χρόνος είναι **ισοδύναμος** με τον αστρικό χρόνο

$$f = \frac{\text{μοναδα UT}}{\text{μοναδα } \theta} = \frac{86636.55536... \text{ sec}}{86400 \text{ sec}} = 1.00273790935$$

---

# Μετατροπές Παγκόσμιου - αστρικού χρόνου Greenwich

Μέσος αστρικός  
χρόνος Greenwich



$$\theta - \theta_{(0^h \text{ UT})} = \text{UT} \cdot f$$

## Το μέτρο του Χρόνου

Ο αστρικός χρόνος  $\theta$  και ο Παγκόσμιος Χρόνος UT εξαρτώνται άμεσα από την περιστροφή της Γης, επομένως το μέτρο τους (αστρικό δευτερόλεπτο ή μέσο δευτερόλεπτο UT) **ΔΕΝ** είναι σταθερό, επειδή ο ρυθμός περιστροφής (γωνιακή ταχύτητα) της Γης δεν είναι σταθερή.

Με την πρόοδο των γνώσεων και της τεχνολογίας, ορίστηκαν κλίμακες μέτρησης χρόνου με σταθερό μέτρο. Η μονάδα μέτρησης (δευτερόλεπτο - sec) ορίζεται ανεξάρτητα από την περιστροφή της Γης και αποτελεί θεμελιώδη μονάδα του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (S.I.)

---

## Ατομικός Χρόνος

Ο **Διεθνής Ατομικός Χρόνος TAI** είναι μια πρακτική κλίμακα χρόνου που έχει ως μονάδα της το δευτερόλεπτο SI στο γεωειδές.

Ο χρόνος TAI μπορεί να επεκταθεί σε οποιοδήποτε σημείο κοντά στο γεωειδές εφαρμόζοντας τις διορθώσεις της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας.

Η διαθεσιμότητα, η αξιοπιστία και η σταθερότητα του TAI εξασφαλίζονται από έναν μεγάλο αριθμό χρονομέτρων καισίου.

Το δευτερόλεπτο SI και ο TAI χρησιμοποιούνται ως βάση για παρεμβολή και πρόβλεψη σε άλλες κλίμακες χρόνου.

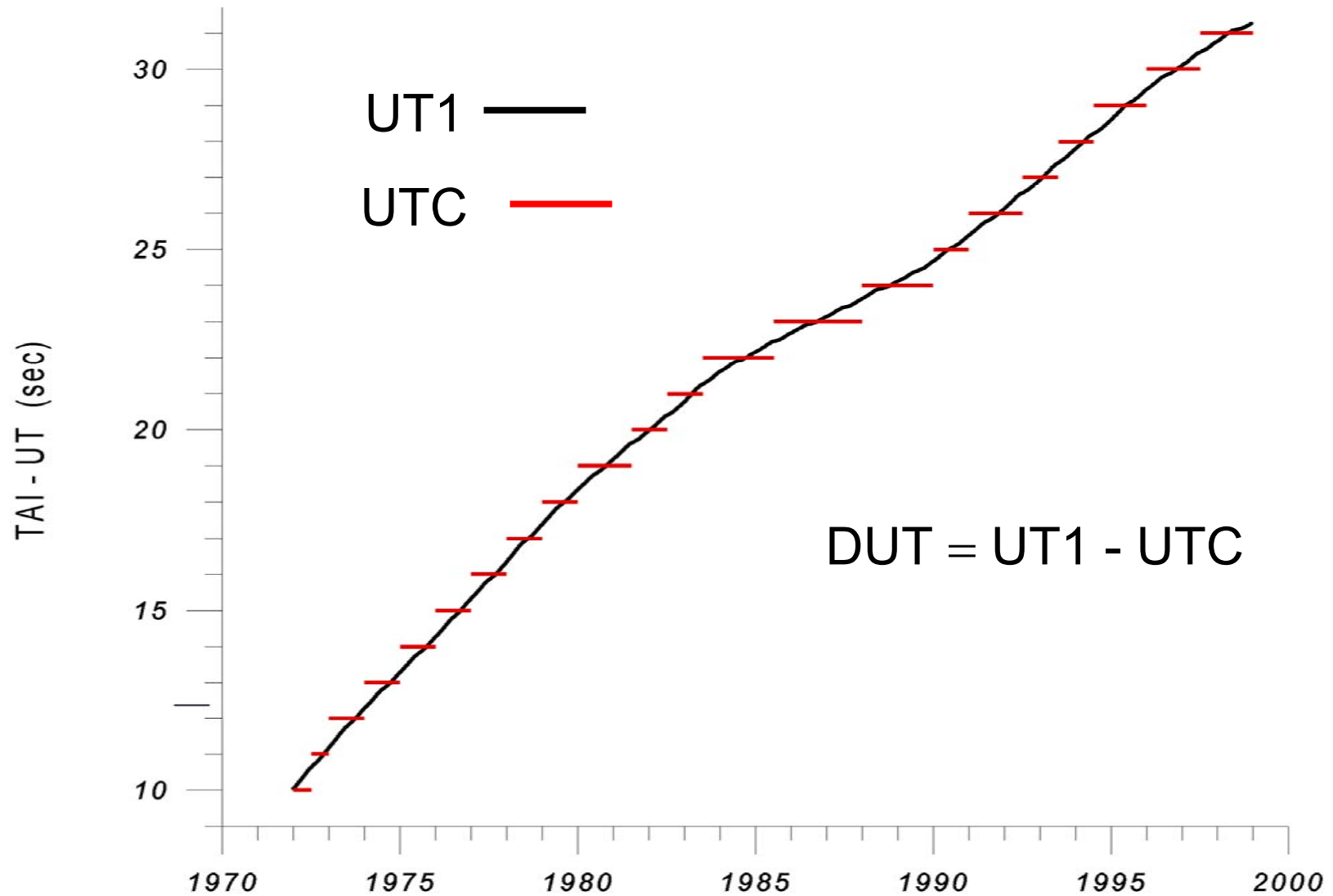
---

## Διαταραχές της περιστροφής της Γης

Συγκρίνοντας τις ενδείξεις των κλιμάκων του Παγκόσμιου και του Ατομικού Χρόνου διαπιστώθηκαν εποχιακές περιοδικές μεταβολές της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της Γης από αστρονομικά, γεωφυσικά και μετεωρολογικά αίτια, μια αιώνια επιβράδυνση (εξ αιτίας των παλιρροιών), καθώς και άλλες, μικρότερες και ακανόνιστες, μεταβολές της γωνιακής ταχύτητας

---

# Συντονισμένος Παγκόσμιος Χρόνος (UTC)





## Γήινος Χρόνος

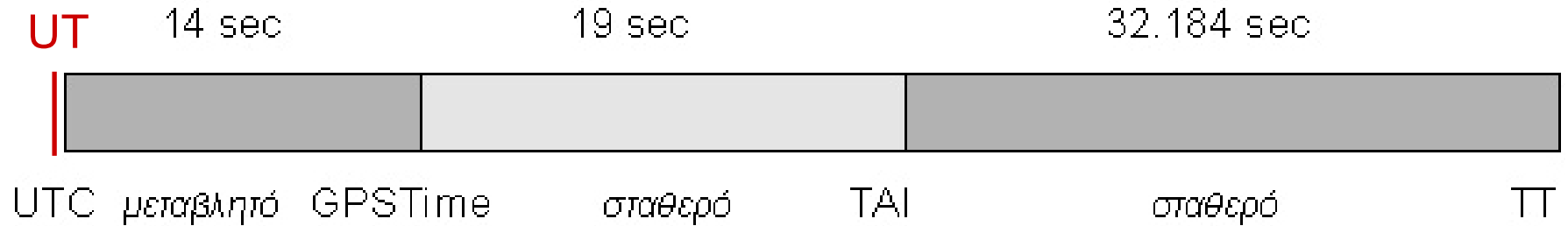
Ο Γήινος Χρόνος (Terrestrial Time TT) έχει μέτρο ίδιο με το μέτρο του Ατομικού χρόνου (S.I. second) και είναι η κλίμακα χρόνου που χρησιμοποιείται στις γεωκεντρικές εφημερίδες.

Η μονάδα αυτής της κλίμακας χρόνου είναι η ημέρα των 86400 δευτερολέπτων SI, όπως αυτά μετρώνται στο γεωειδές.

Τη χρονική στιγμή  $00^h 00^m 00^s$  TAI της 1ης Ιανουαρίου 1977, ο Γήινος Χρόνος ήταν  $00^h 00^m 32^s.184$  ακριβώς.

---

## Σχέσεις των κλιμάκων χρόνου (την 1-1-2006)



Πολιτικός Χρόνος ή Χρόνος Ζώνης (Zone Time) = UTC + 2<sup>h</sup>  
(για την Ελλάδα)

$$UT = UTC + DUT$$

$$GPS\ Time = UTC + 14^s$$

$$TAI = UTC + 33^s$$

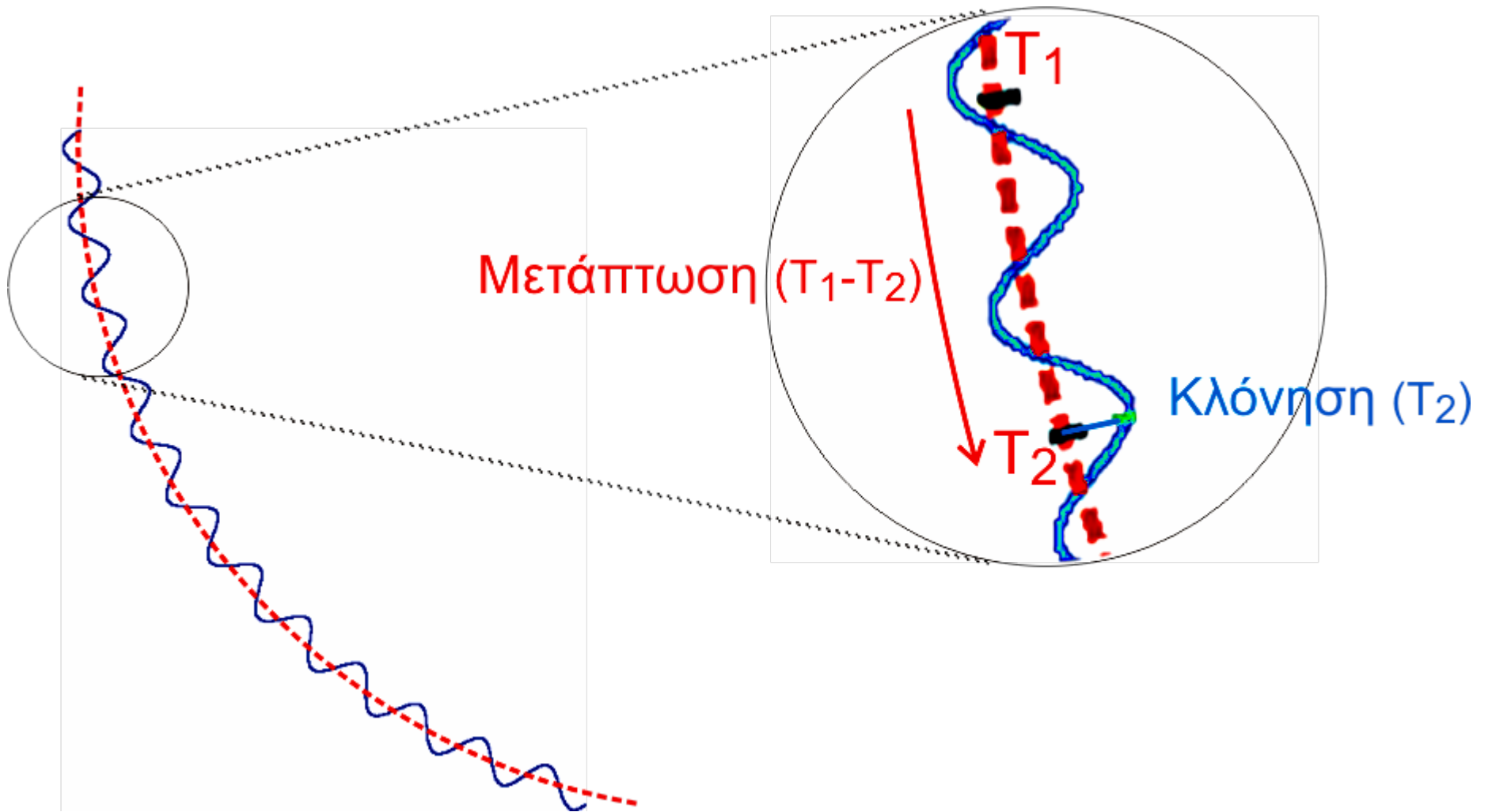
$$TT = UTC + 65^s.184$$

---

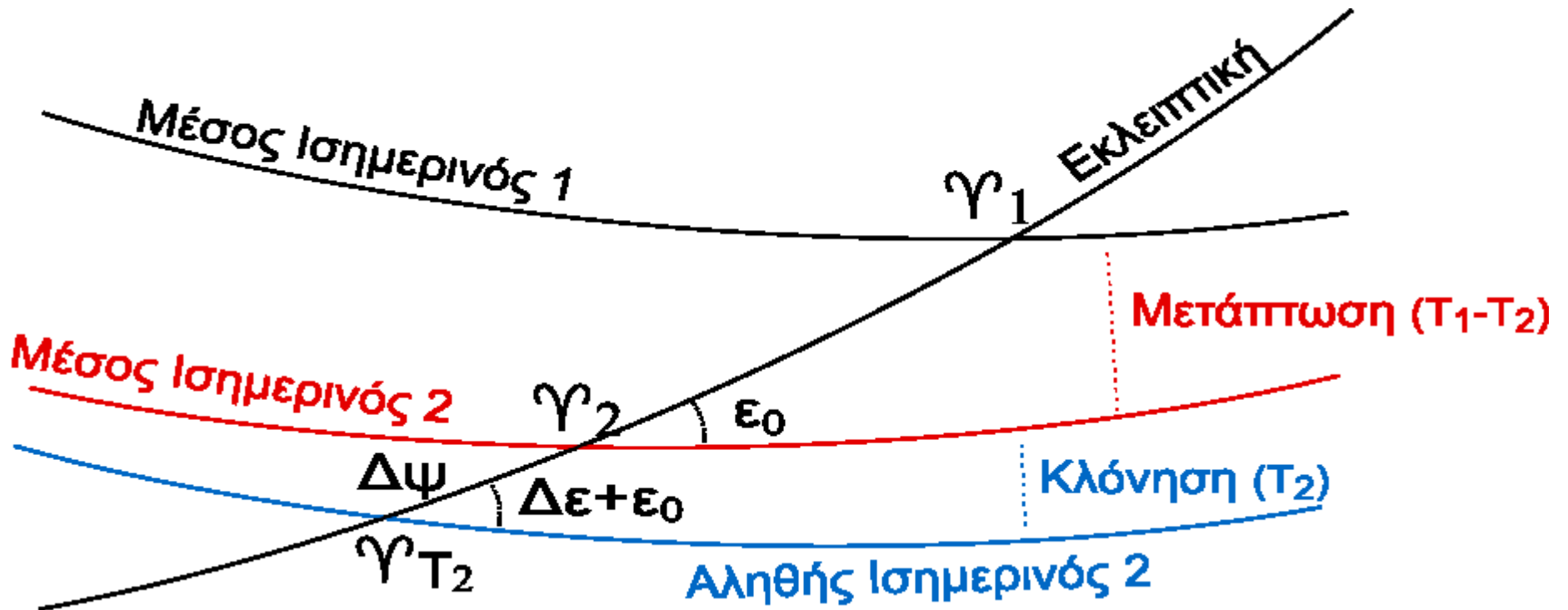
## Διαταραχές των κινήσεων της Γης

- Στροφή του επιπέδου της εκλειπτικής (πλανητική μετάπτωση)
  - Μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής (LOD)
  - Μεταβολή στην διεύθυνση του άξονα περιστροφής στον χώρο (μετάπτωση και κλόνηση)
  - Μετατόπιση του άξονα ως προς τον στερεό φλοιό της Γης (κίνηση του Πόλου)
-

# Μετάπτωση και Κλόνηση

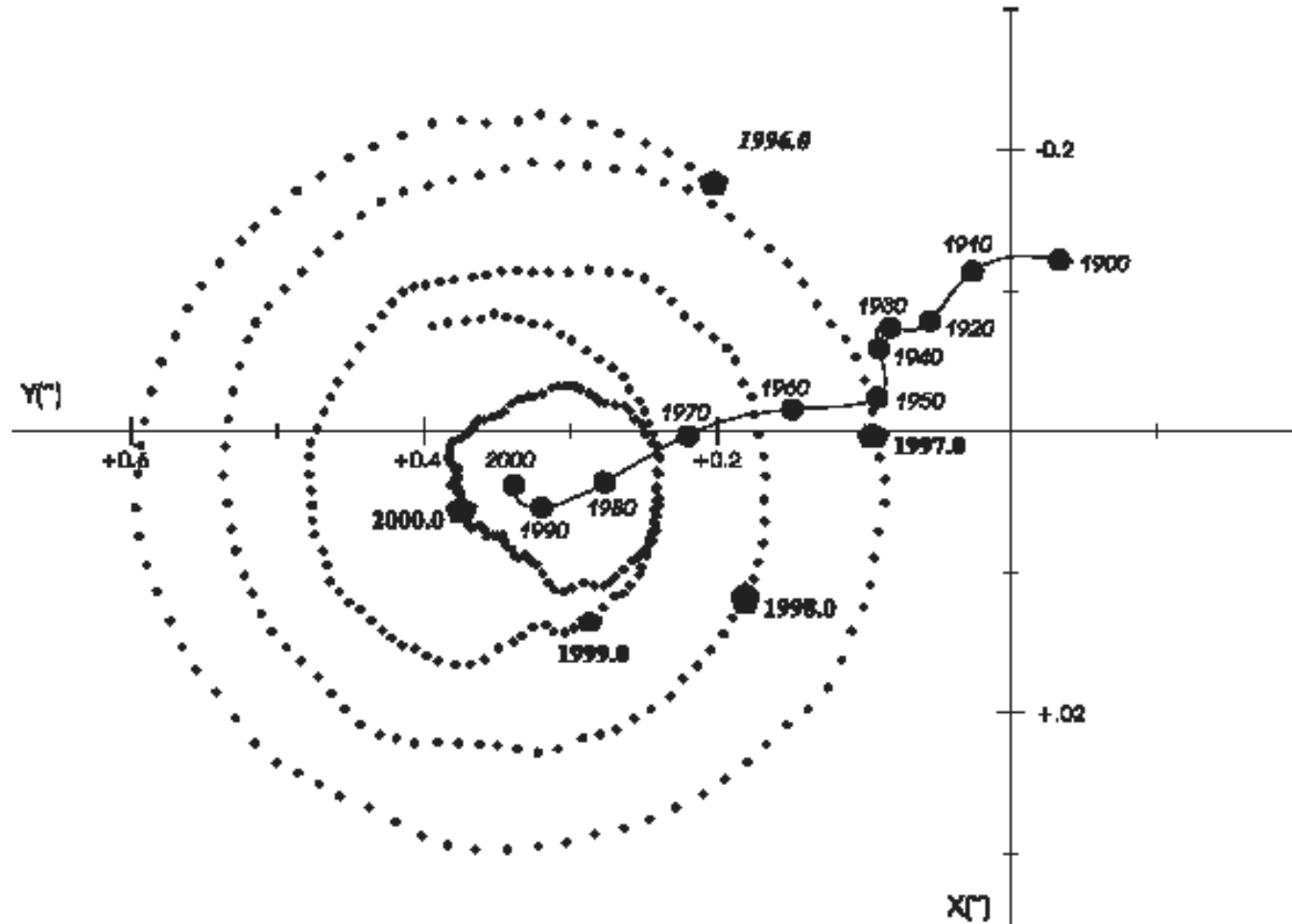


Μέσο και αληθές σημείο  $\gamma$



# Κίνηση του Πόλου

Fig. IV-4-7. Polar motion, 1996–2000 (EOP(IERS) C 04). Solid line: mean pole displacement, 1900–2000



## Αναγωγές των συντεταγμένων

1) Πραγματική αλλαγή θέσης του αντικειμένου (στόχου)

- Ίδια κίνηση των άστρων (proper motion)

2) Αλλαγή θέσης του παρατηρητή

- Παράλλαξη (parallax)

3) Σχετική κίνηση του παρατηρητή ως προς τον στόχο

- Αποπλάνηση (aberration)

4) Μετατόπιση του συστήματος αναφοράς

- Μετάπτωση και κλόνηση (precession & nutation)

- Κίνηση του Πόλου (polar motion)

5) Επίδραση της ατμόσφαιρας

- Αστρονομική Διάθλαση (astronomical refraction)

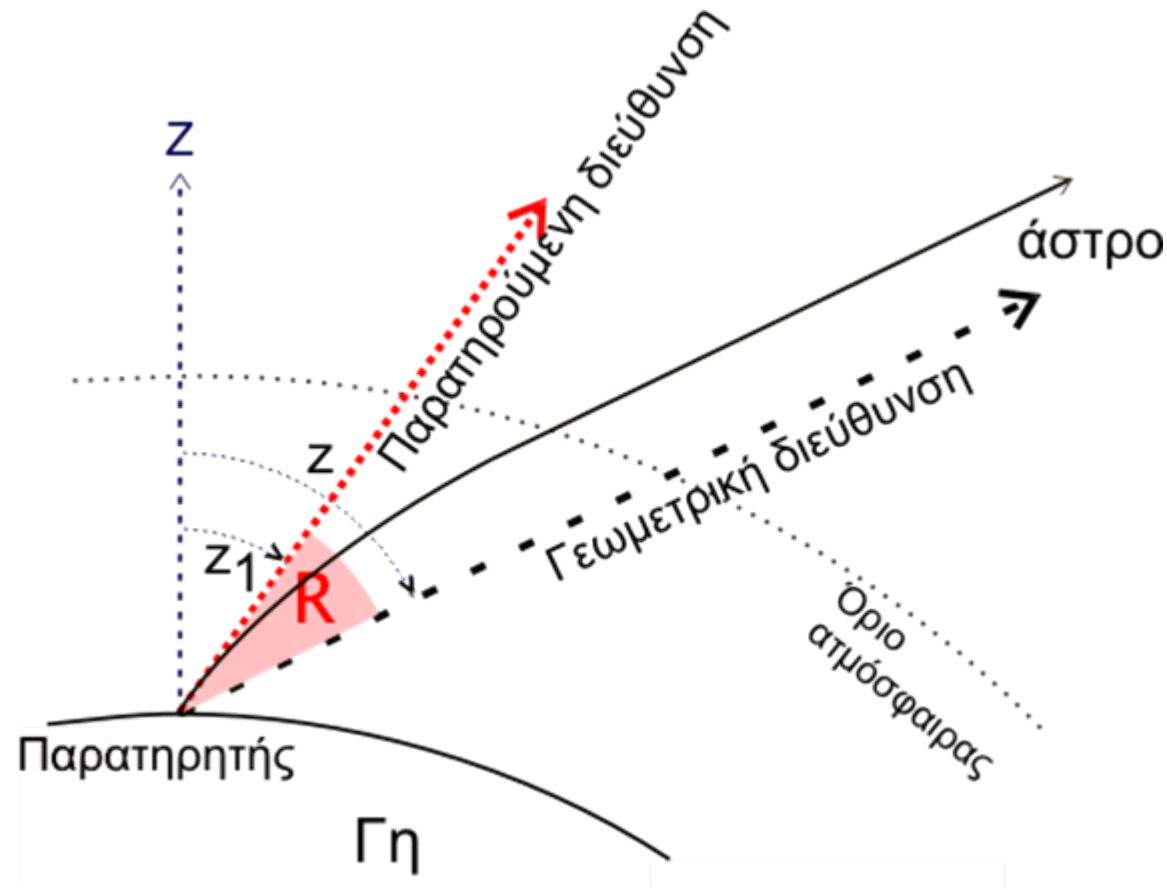
---

# Αστρονομική διάθλαση

$$z = z_1 + R$$

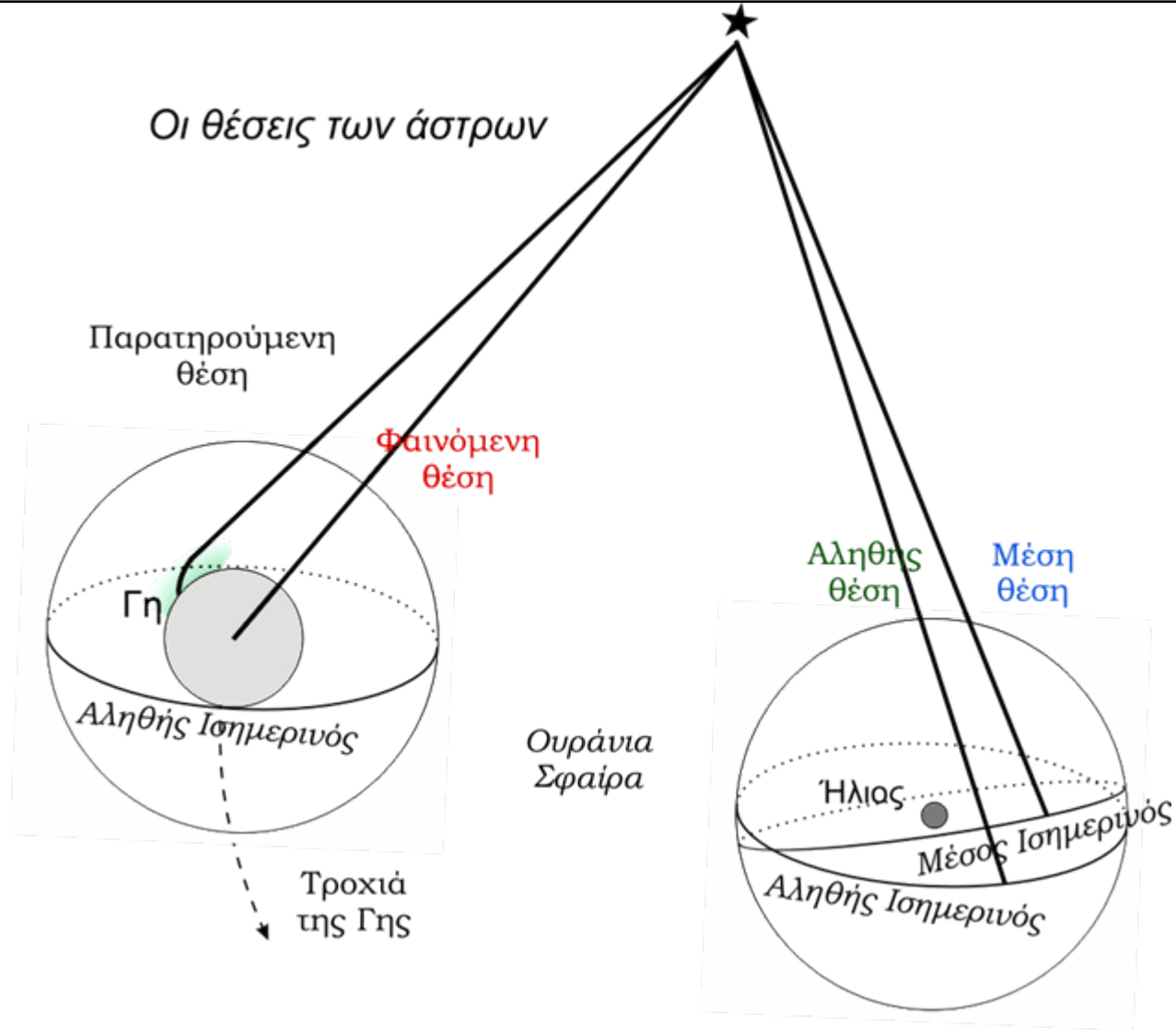
$$R_0 = 60''.34 \tan z_1 - 0''.0669 \tan^3 z_1$$

$$R = R_0 \frac{p}{1013.25} \cdot \frac{273}{273 + \theta}$$





# Οι θέσεις των άστρων

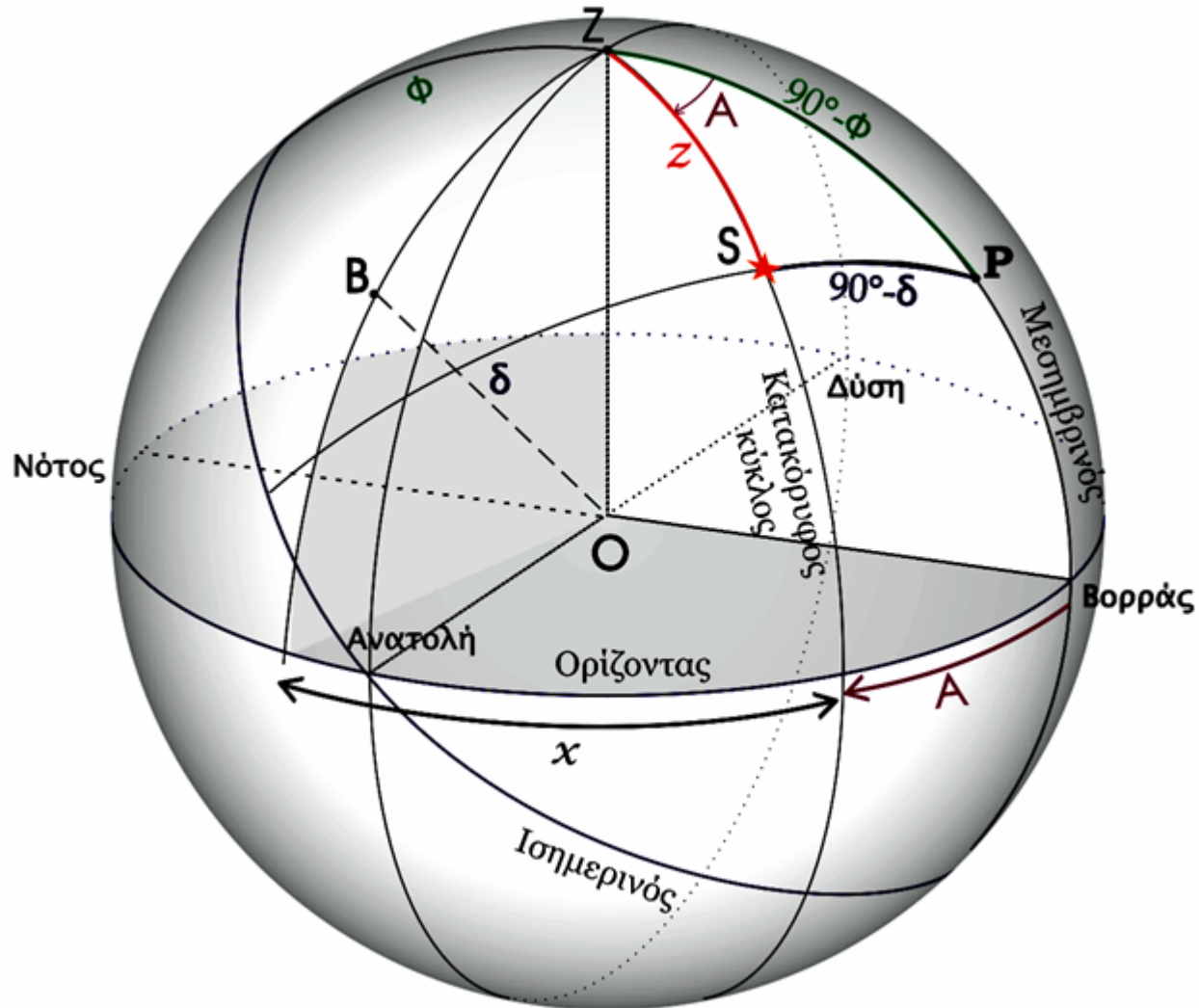


## Ανακεφαλαίωση των αναγωγών των συντεταγμένων

Αρχική εποχή  $T_0$  - Παρατήρηση την στιγμή  $T$

- Ίδια κίνηση των άστρων  $(T - T_0, \mu_\alpha, \mu_\delta)$   $(\alpha, \delta)$
  - Ετήσια Παράλλαξη  $(T, E)$   $(\alpha, \delta)$
  - Ετήσια Αποπλάνηση  $(T, E')$   $(\alpha, \delta)$
  - Μετάπτωση  $(T - T_0)$   $(\alpha, \delta)$
  - Κλόνηση  $(T)$   $(\alpha, \delta)$
  - Ημερήσια Αποπλάνηση  $(T, h, \delta)$   $(h, \delta)$
  - Αστρονομική Διάθλαση  $(z)$   $(u \text{ ή } z)$
  - Κίνηση του Πόλου  $(T)$   $(\Lambda, \Phi)$
-

# Αρχή προσδιορισμού αζιμουθίου



$$A_B = A_S + x$$

## Προσδιορισμός από την ωριαία γωνία

Από γνωστό τόπο  $(\Lambda, \Phi)$  σημειώνεται ο χρόνος που γνωστό άστρο  $(\alpha, \delta)$  έχει οριζόντια ανάγνωση  $O\Gamma_S$ .  
Αν  $O\Gamma_B$  είναι η οριζόντια ανάγνωση της διεύθυνσης, της οποίας ζητούμε το αζιμούθιο, τότε:

$$A_B = A_S + (O\Gamma_B - O\Gamma_S)$$

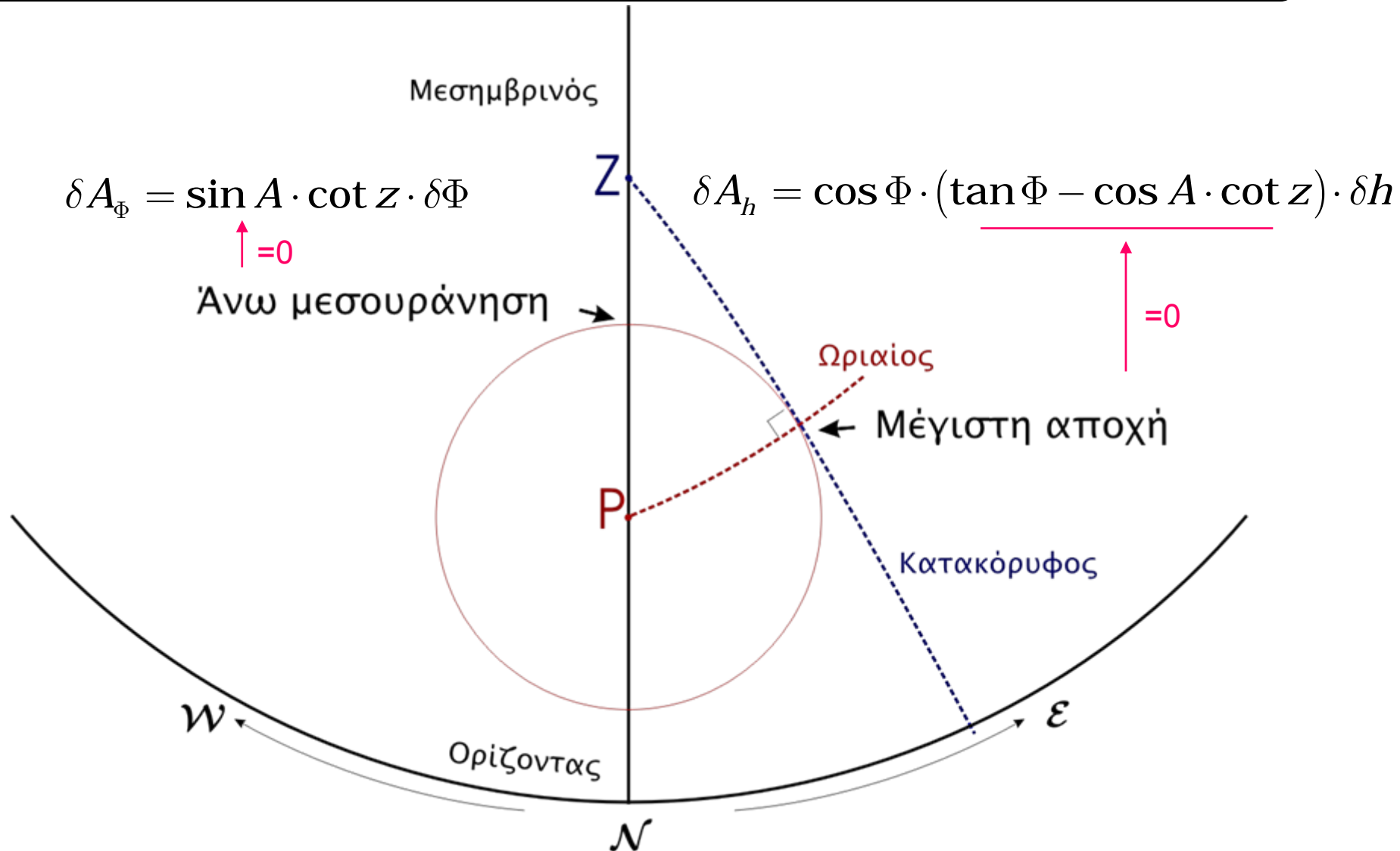
Το αζιμούθιο  $A_S$  **υπολογίζεται** από την σχέση:

$$\tan A_S = \frac{-\sin h}{\cos \Phi \cdot \tan \delta - \sin \Phi \cdot \cos h}$$

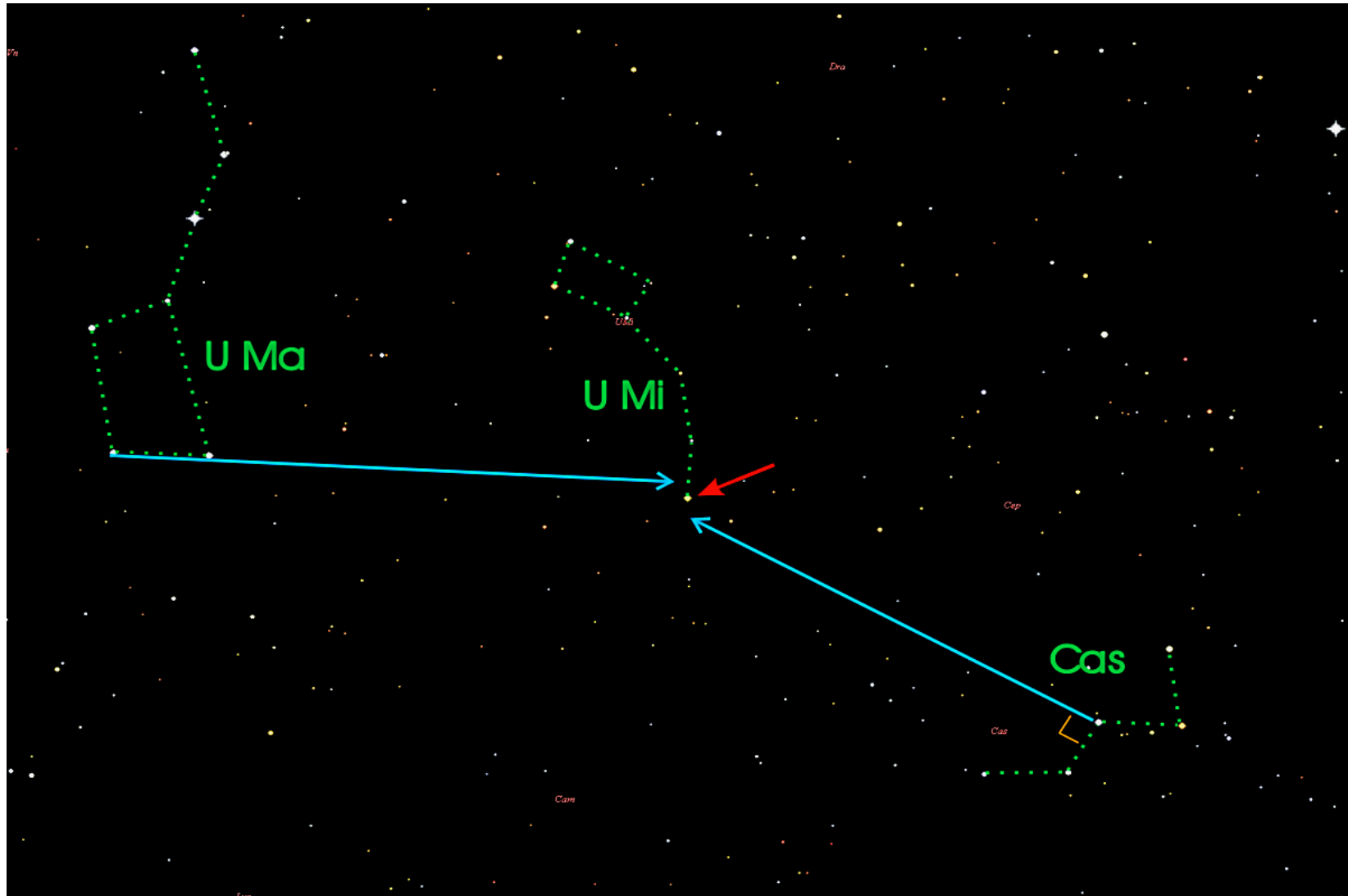
$$\text{Όπου } h = \theta + \Lambda - \alpha$$

---

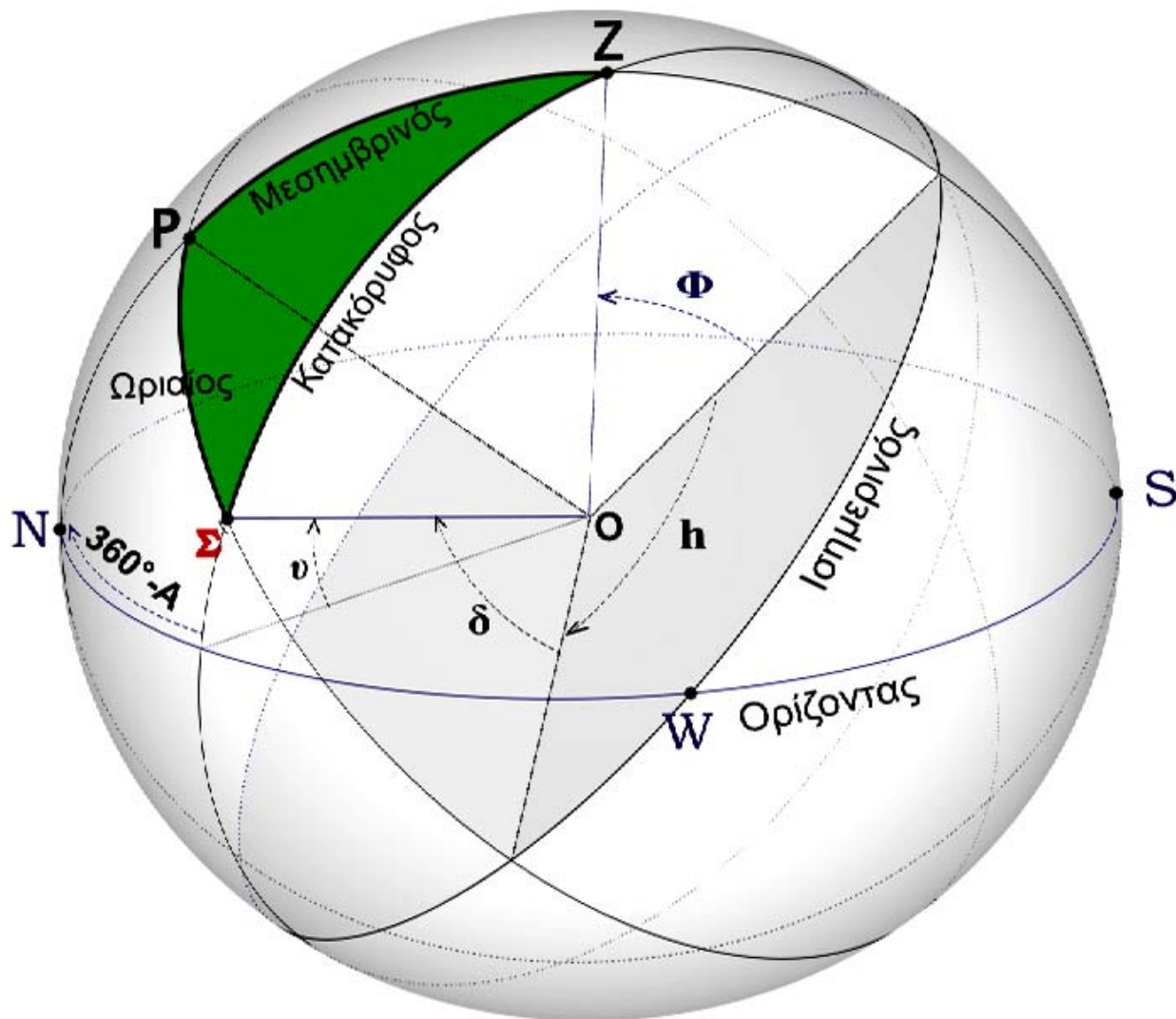
# Γεωμετρική ερμηνεία επίδρασης σφαλμάτων



# Ο Πολικός αστέρας (α UMi ή Polaris)



# Αρχή προσδιορισμού πλάτους



Ζητούμενο στοιχείο η πλευρά PZ ( $90^\circ - \Phi$ ).

Γνωστά στοιχεία:

- Πλευρά PΣ ( $90^\circ - \delta$ )

και 2 από τα:

- Γωνία P ( $h$ )

- Πλευρά ZΣ ( $z$ )

- Γωνία Z ( $A$ )

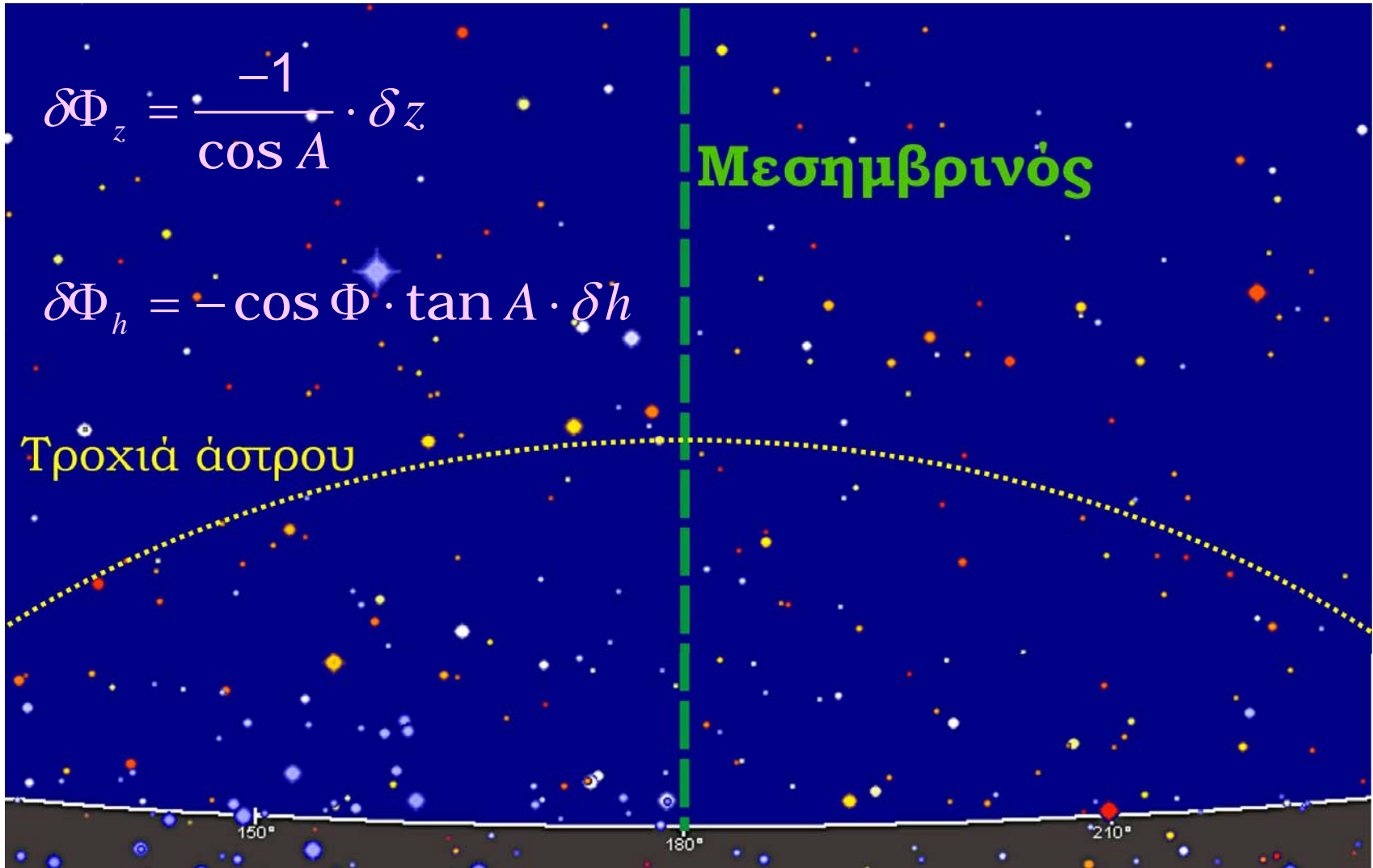
# Επίδραση συστηματικών σφαλμάτων

$$\delta\Phi_z = \frac{-1}{\cos A} \cdot \delta z$$

$$\delta\Phi_h = -\cos \Phi \cdot \tan A \cdot \delta h$$

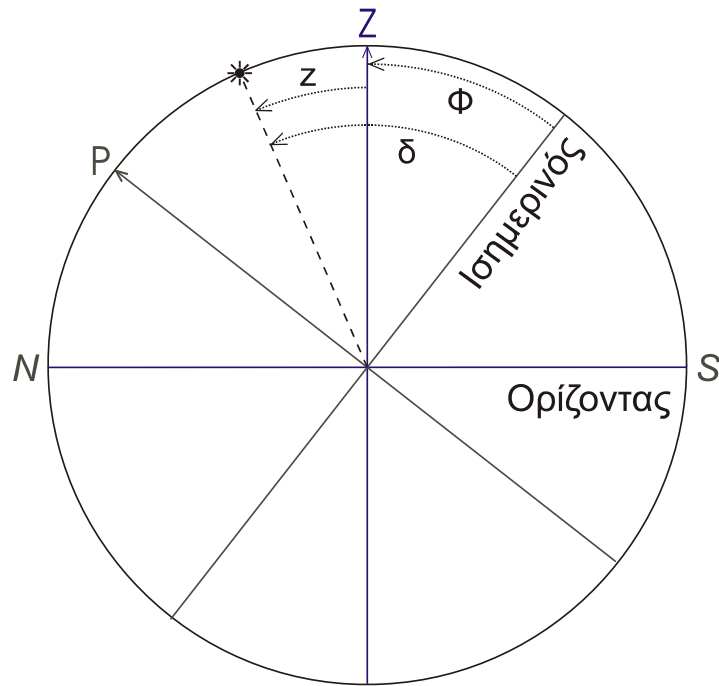
Τροχιά άστρου

Μεσημβρινός



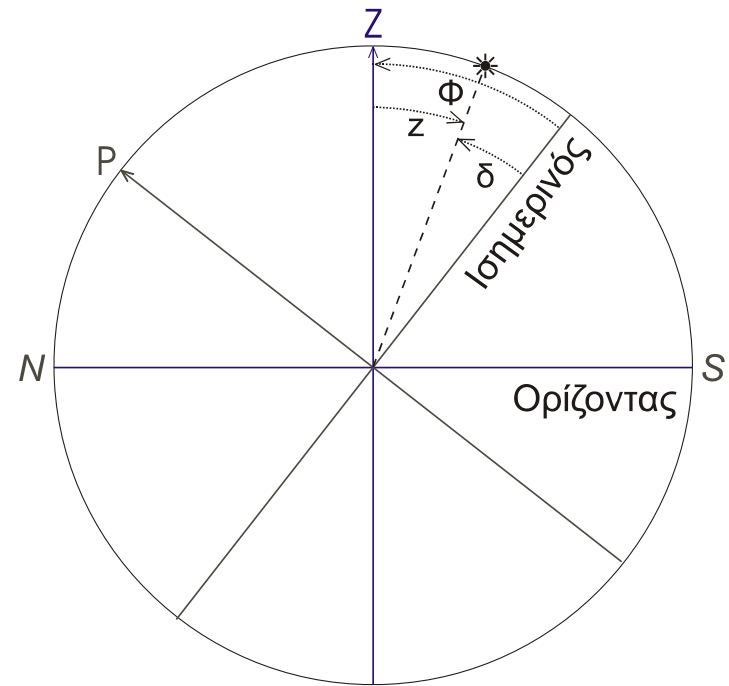


# Μεσημβρινές διαβάσεις - μέθοδος Sterneck



Άνω μεσουράνηση  
βόρεια του ζενίθ

$$\Phi = \delta - z$$



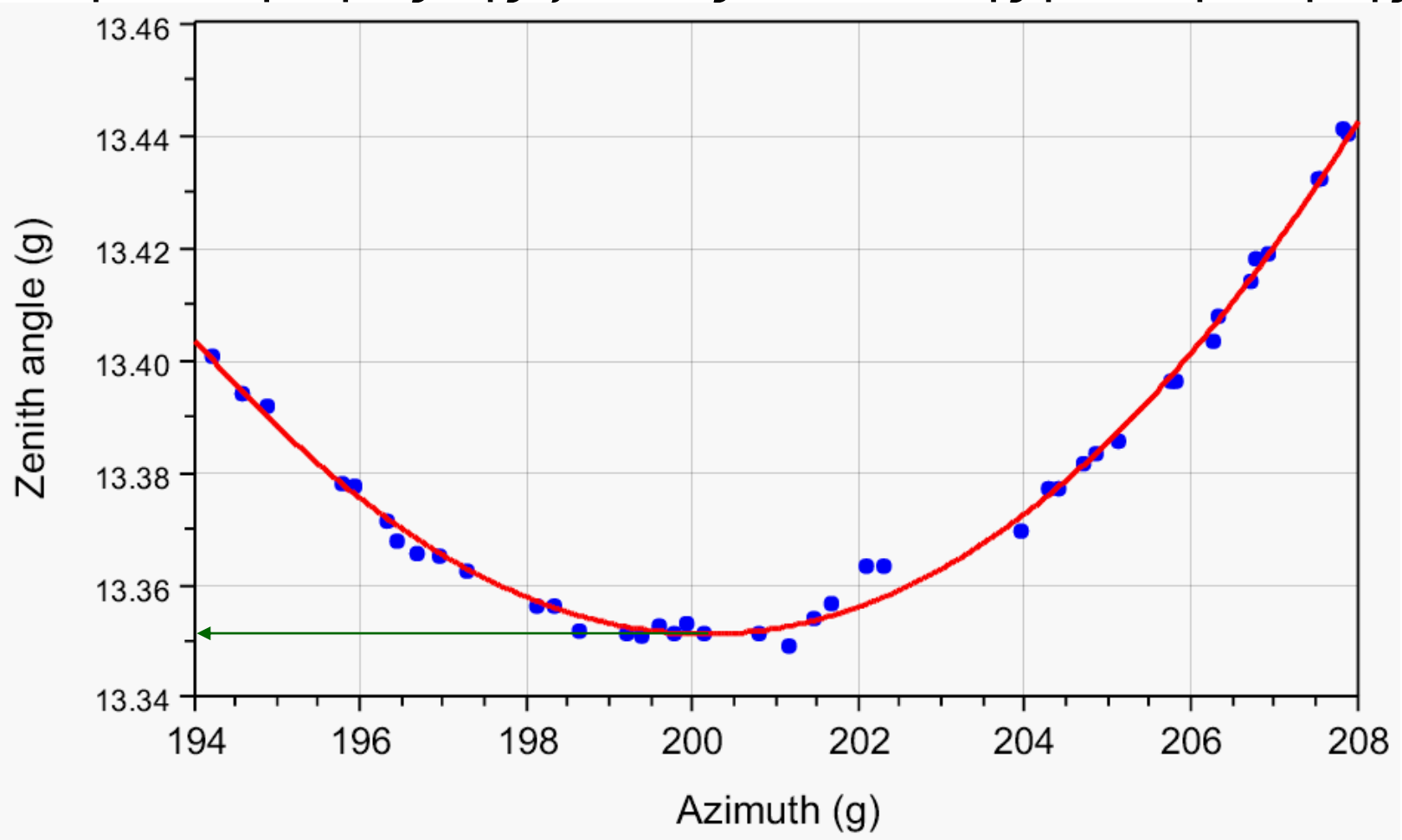
Άνω μεσουράνηση  
νότια του ζενίθ

$$\Phi = \delta + z$$

$$\Phi = \frac{\delta_S + \delta_N}{2} + \frac{(z_S + \cancel{R}) - (z_N + \cancel{R})}{2}$$

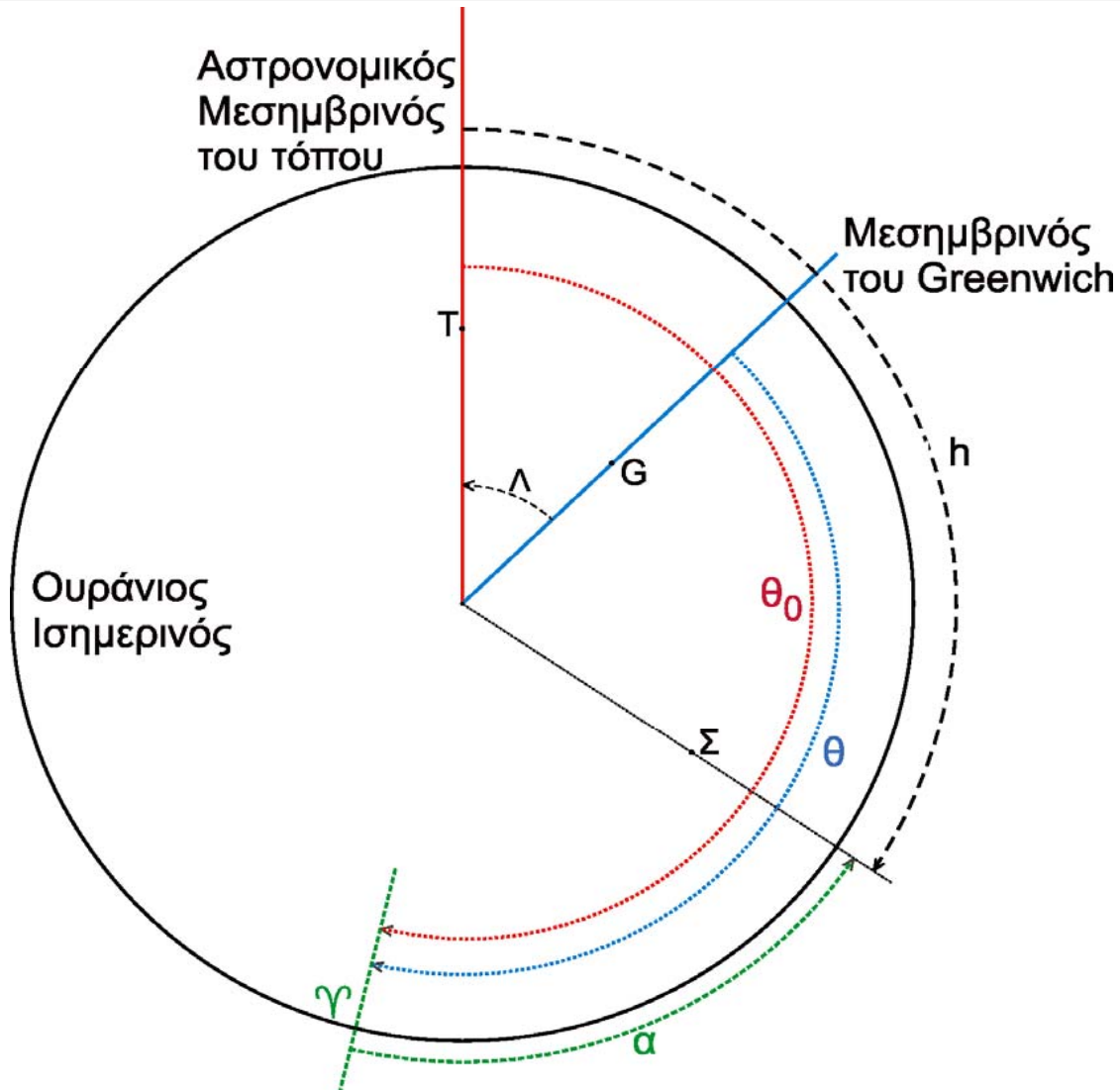
# Ανάλυση των δεδομένων

Προσδιορισμός της ζενίθιας απόστασης μεσουράνησης



Προσαρμογή ενός πολυωνύμου 4<sup>ου</sup> βαθμού στα ζεύγη (οριζόντια – κατακόρυφη γωνία)

# Αρχή προσδιορισμού μήκους

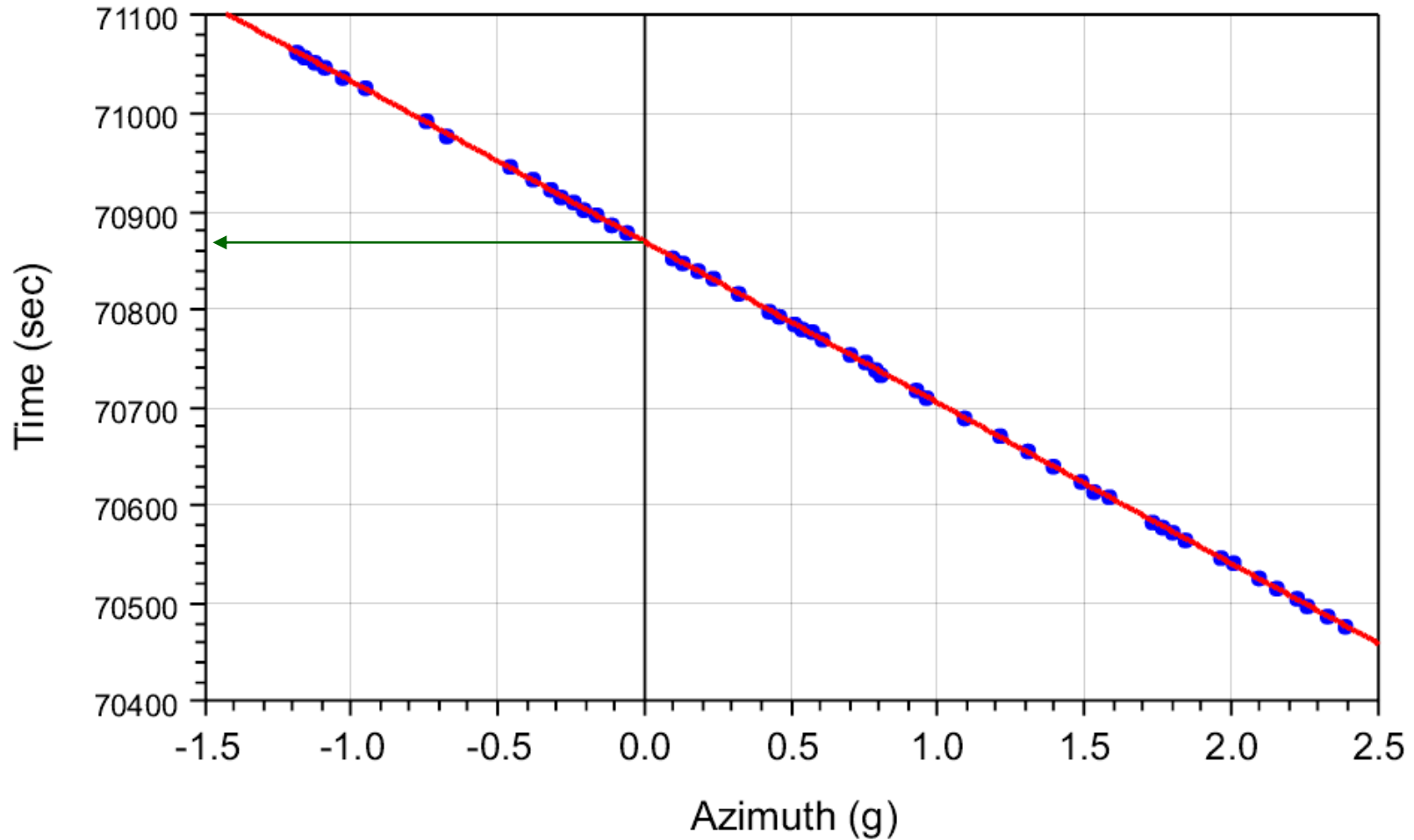


$$\Lambda = \theta_0 - \theta$$

$$\Lambda = h + \alpha - \theta$$

# Ανάλυση των δεδομένων

## Προσδιορισμός του χρόνου μεσουράνησης



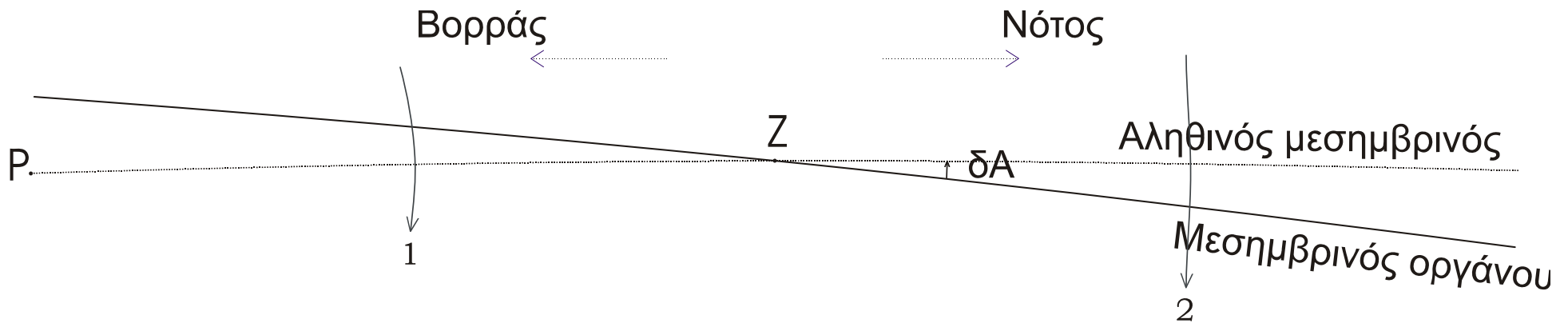
Προσαρμογή ενός πολυωνύμου 3<sup>ου</sup> βαθμού στα ζεύγη (οριζόντια γωνία – χρόνος)

## Χρονομέτρηση μεσημβρινών διαβάσεων - μέθοδος Mayer

Παρατήρηση κατά την άνω μεσουράνηση ( $h = 0$ )  $\Rightarrow \Lambda = \alpha - \theta$

Κύριο συστηματικό σφάλμα είναι το σφάλμα προσανατολισμού του θεοδολίχου στον μεσημβρινό, που προκαλεί λανθασμένη εκτίμηση του αστρικού χρόνου.

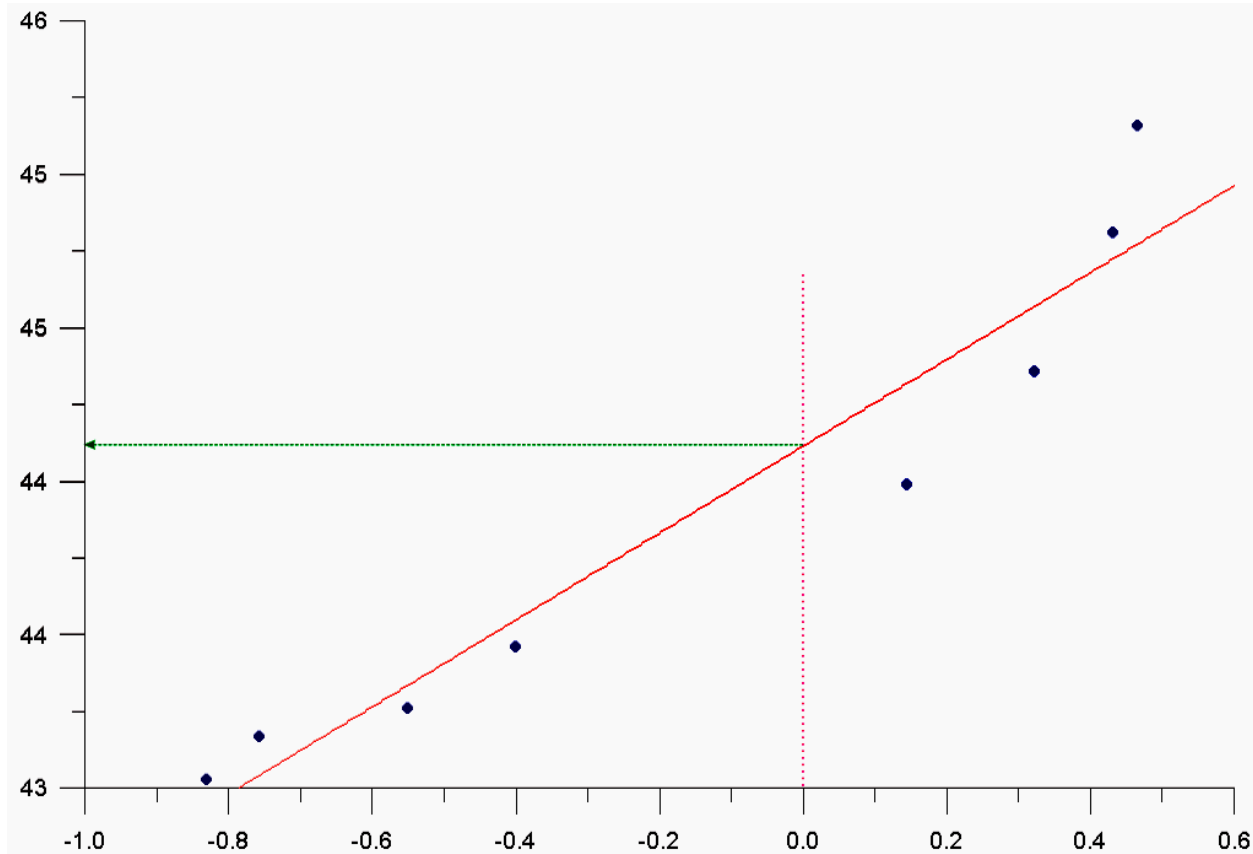
$$\delta\theta = \pm \frac{\sin z}{\cos \delta} \cdot \delta A \quad \left[ \begin{array}{c} +South \\ -North \end{array} \right]$$



## Χρονομέτρηση μεσημβρινών διαβάσεων - μέθοδος Mayer

Εξίσωση ευθείας :  $\alpha_i - \theta_i = \Lambda + A_i \delta A$  ,  $A_i = \pm \frac{\sin z}{\cos \delta} \begin{bmatrix} +South \\ -North \end{bmatrix}$

Υπολογισμός των  $\Lambda$  και  $\delta A$  με συνόρθωση των παρατηρήσεων (M.E.T.)



## Προσδιορισμός αστρικού χρόνου Greenwich $\theta$ και μήκους

Ο αστρικός χρόνος Greenwich  $\theta$  μπορεί να προσδιοριστεί ΜΟΝΟ από την χρονική στιγμή της παρατήρησης (συνήθως εκφρασμένη στην κλίμακα του Συντονισμένου Παγκόσμιου Χρόνου UTC)

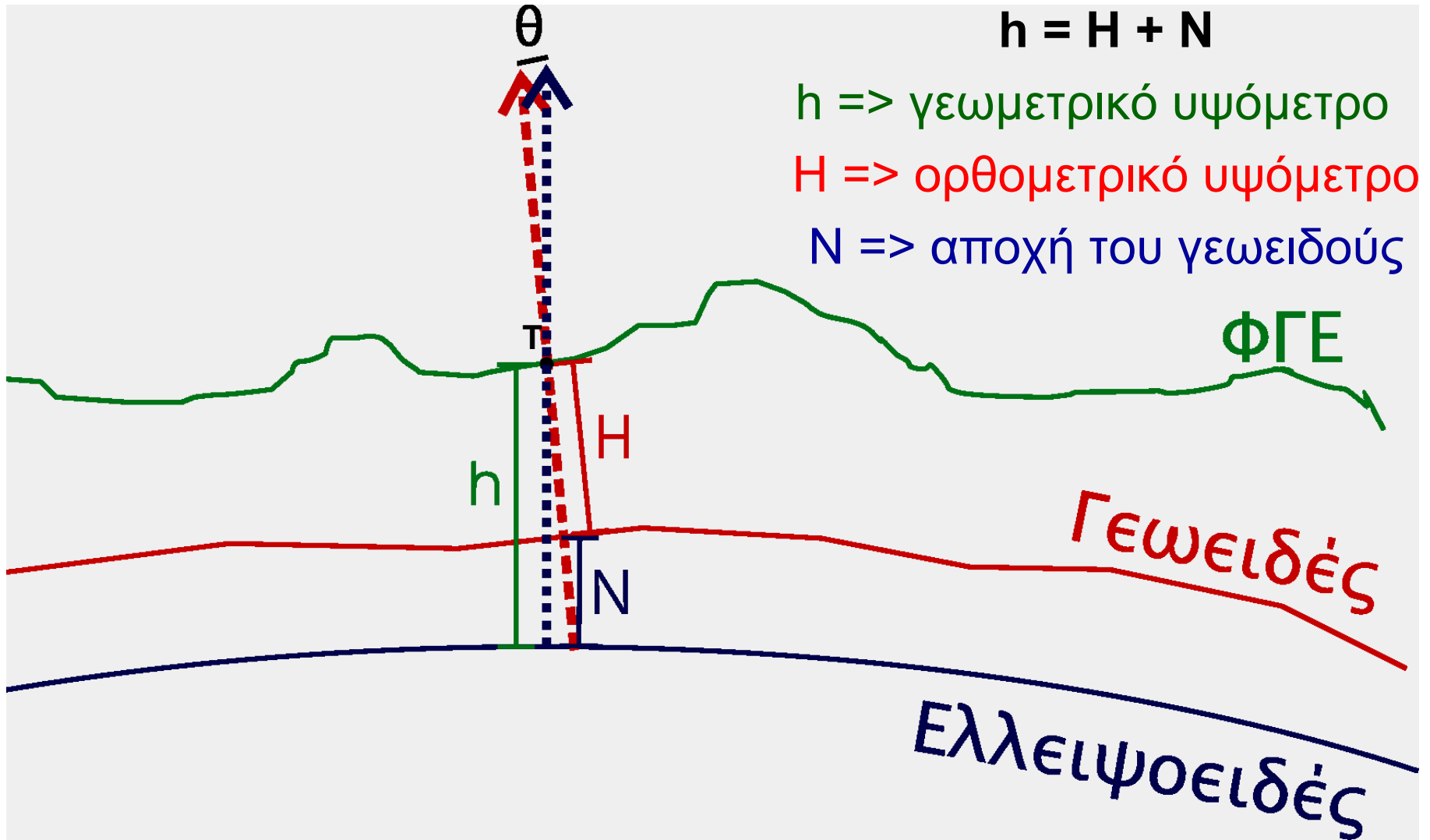
Επομένως, προσδιορισμός αστρονομικού μήκους μπορεί να γίνει μόνο όταν υπάρχει δυνατότητα χρονομέτρησης της παρατήρησης

**Εξαίρεση:** έμμεσος προσδιορισμός αστρονομικού μήκους από το γεωδαιτικό μήκος και τα αζιμούθια (αστρονομικό – γεωδαιτικό)  
(εξίσωση Laplace)

$$\Lambda = \frac{A_A - A_G}{\sin \varphi} + \lambda$$

---

# Απόκλιση της κατακορύφου - 1





## Απόκλιση της κατακορύφου - 2

Η απόκλιση της κατακορύφου είναι **διάνυσμα**: η διανυσματική διαφορά της **κατακορύφου** και της **καθέτου στο ελλειψοειδές αναφοράς**, που περνούν από τον τόπο.

Συνήθως αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες:

$\xi \Rightarrow$  κατά μήκος του γεωδαιτικού μεσημβρινού

$\eta \Rightarrow$  κατά την διεύθυνση Ανατολή-Δύση

$$\xi = \Phi - \varphi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos\varphi$$

---

## Αναγωγές των γεωδαιτικών μετρήσεων

• Στο αζιμούθιο

$$\Delta A = A_A - A_G = \eta \cdot \tan \Phi + (\xi \cdot \sin A - \eta \cdot \cos A) \cdot \tan \nu$$

• Στην οριζόντια γωνία

$$\Delta \beta = (\xi \cdot \sin A_2 - \eta \cdot \cos A_2) \cdot \tan \nu_2 - (\xi \cdot \sin A_1 - \eta \cdot \cos A_1) \cdot \tan \nu_1$$

• Στην κατακόρυφη γωνία

$$\Delta z = z_G - z_A = \xi \cdot \cos A + \eta \cdot \sin A$$

• Εξίσωση Laplace

$$\Delta A = A_A - A_G = (\Lambda - \lambda) \cdot \sin \Phi$$

---

## Αποχή (υψόμετρο) του γεωειδούς

$$h = H + N$$

$h \Rightarrow$  γεωμετρικό υψόμετρο

$H \Rightarrow$  ορθομετρικό υψόμετρο

$N \Rightarrow$  αποχή του γεωειδούς

$$\Delta N = -8.969 \cdot 10^{-3} \cdot \left[ \frac{\xi_i + \xi_j}{2} \cdot \Delta \varphi + \frac{\eta_i + \eta_j}{2} \cdot \Delta \lambda \cdot \cos \varphi_j \right]$$

$\Delta N$  υπολογίζεται σε m

$\Delta \varphi$  &  $\Delta \lambda$  σε πρώτα λεπτά τόξου

$\xi$  &  $\eta$  σε δευτερόλεπτα τόξου

---

## Σύνοψη

Το **γεωμετρικό υψόμετρο  $h$**  προσδιορίζεται σε οποιοδήποτε σημείο έχουν γίνει μετρήσεις με το σύστημα GPS.

Οι **διαφορές των ορθομετρικών υψομέτρων  $\Delta H$**  υπολογίζονται με υψομετρία. Για τον προσδιορισμό του  $H$  απαιτείται καλή γνώση της **αποχής  $N$** , με ακρίβεια αντίστοιχη των γεωδαιτικών εργασιών.

Τα γεωδυναμικά μοντέλα, που χρησιμοποιούνται σήμερα, δεν μπορούν να δώσουν αξιόπιστες προσεγγίσεις των τιμών του  $N$  σε τμήματα της Γης που παρουσιάζουν έντονο και ανομοιόμορφο τοπογραφικό ανάγλυφο, όπως συμβαίνει στην Ελλάδα.

Στις περιπτώσεις αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν εκτιμήσεις για την **μεταβολή  $\Delta N$**  του υψομέτρου του γεωειδούς, που προκύπτουν από αξιοποίηση μετρήσεων της απόκλισης της κατακορύφου σε δύο σημεία.

Για μικρές αποστάσεις και με την προϋπόθεση ότι μεταξύ των δύο σημείων η μεταβολή της απόκλισης της κατακορύφου είναι ομαλή, η μεταβολή  $\Delta N$  μπορεί να προσδιοριστεί με γραμμική παρεμβολή.

Η απόκλιση της κατακορύφου μπορεί να υπολογιστεί αν προσδιοριστούν οι αστρονομικές συντεταγμένες των σημείων με μεθόδους Γεωδαιτικής Αστρονομίας.