Σημειώσεις διδασκαλίας μαθήματος

Εισαγωγή στη Δυναμική Ωκεανογραφία

Μέρος Α΄

Βασίλης Ζερβάκης

Φυσικός Ωκεανογράφος

Μυτιλήνη, Άνοιξη 2007

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

Εισαγωγή

Η εξέταση της φυσικής του Θαλάσσιου Περιβάλλοντος απαιτεί, εκτός από την καλή γνώση των βασικών αρχών της Νευτώνειας μηχανικής (που θεωρούμε ότι είναι προαπαιτούμενη για την ανάγνωση του παρόντος) την εισαγωγή του αναγνώστη στα κεφάλαια της φυσικής που επιτρέπουν την στατιστική περιγραφή ενός συστήματος σωματιδίων, δηλαδή τη Θερμοδυναμική και τη Μηχανική Συνεχών Μέσων, σαν εισαγωγή στη Ρευστομηχανική. Και αυτό γιατί ενώ η απλή Μηχανική είναι σε θέση να εξηγήσει τη δυναμική ενός ή μικρού αριθμού στερεών σωμάτων, δεν επαρκεί όταν έχουμε να κάνουμε με ρευστά (δηλαδή υγρά και αέρια).

Η αιτία της ανεπάρκειας της απλής, Νευτώνειας Μηχανικής να περιγράψει την κίνηση των ρευστών δεν είναι βέβαια ότι αυτή δεν ισχύει! Ο λόγος είναι *η κλίμακα* στην οποία εξετάζουμε τα φαινόμενα. Όταν *θεωρούμε* κάτι σαν ρευστό, σημαίνει ότι δεν βλέπουμε τα μόριά του να κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο, αλλά βλέπουμε *μια μάζα* να κινείται, πιθανόν παραμορφούμενη. Η μάζα που βλέπουμε αποτελείται από έναν τεράστιο αριθμό μορίων, που κινούνται συγκρουόμενα το ένα με το άλλο. Η περιγραφή του συστήματος με απλή Νευτώνεια μηχανική θα απαιτούσε την γνώση της θέσης και κινητικής κατάστασης ενός τεράστιου αριθμού σωματιδίων, και την επίλυση ενός ακόμα μεγαλύτερου αριθμού εξισώσεων. Αυτό ίσως θεωρητικά είναι δυνατό, αλλά είναι πρακτικά αδύνατο στις χωροχρονικές κλίμακες που μας ενδιαφέρουν, δηλαδή στη *μακροκλίμακα*. Είναι δυνατό εάν κατεβούμε στη *μικροκλίμακα*, δηλαδή σε κλίμακες μερικές χιλιάδες φορές μεγαλύτερες των μοριακών μεγεθών.

Ο τεράστιος αριθμός μορίων (ή ιόντων, ή ιοντικών ριζών) που περιέχονται σε ένα ρευστό στις συνθήκες που θα μας απασχολήσουν σε αυτό το πόνημα, επιτρέπει την άκρως ικανοποιητική περιγραφή του συστήματος με τη χρήση της Θερμοδυναμικής και της Μηχανικής Συνεχών Μέσων. Η μετάβαση από τη Νευτώνεια μηχανική στη Θερμοδυναμική μέσω της Στατιστικής Φυσικής δεν θα μας απασχολήσει εδώ. Εδώ, θα υπενθυμίσουμε τις αρχικά βασικές έννοιες της Θερμοδυναμικής (όπως θερμοκρασία, πίεση, έργο, κτλ.) που θα μας επιτρέψουν τη στατιστική περιγραφή της κατάστασης κάποιου ρευστού (μέσω της καταστατικής εξίσωσης). Αυτό θα μας επιτρέψει στη συνέχεια την εισαγωγή μετά στη Ρευστομηχανική και τη Φυσική Θαλασσίου Περιβάλλοντος.

1. *Θερμοδυναμική*

1.1 Στερεή, Υγρή, Αέρια κατάσταση

Πριν προχωρήσουμε στην υπενθύμιση των βασικών αρχών της Θερμοδυναμικής και την εισαγωγή στη Ρευστομηχανική, θα πρέπει να ορίσουμε τι εννοούμε όταν λέμε στερεό και τι ρευστό σώμα. Όπως έγινε σαφές στην εισαγωγή, καθοριστικό ρόλο στο εργαλείο που θα χρησιμοποιούμε παίζει πάντα η χωροχρονική κλίμακα για την οποία ενδιαφερόμαστε. Όπως είναι ίσως γνωστό στους αναγνώστες, η σύγχρονη φυσική αποδέχεται τέσσερις δυνάμεις στη Φύση, τη Βαρύτητα, την Ηλεκτρομαγνητική, την Ισχυρή και την Ασθενή. Οι δύο τελευταίες δρουν σε ατομική κλίμακα καθορίζοντας τη μορφή και δομή της ύλης, και είναι ουσιαστικά ανύπαρκτες στη μακροκλίμακα. Οι δύο πρώτες, Βαρύτητα και Ηλεκτρομαγνητική, δρουν στη μακροκλίμακα και επηρεάζουν τη μορφή και κίνηση του κόσμου που μας περιβάλλει όπως τον αντιλαμβανόμαστε.

Μεταξύ των μορίων ενός σώματος, ασκούνται κυρίως ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, ενώ στη μακροκλίμακα, όταν δεν υπάρχουν εξωτερικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία, υπερισχύει η βαρύτητα (βλέπε ασκήσεις 1 και 2). Όταν οι ηλεκτρομαγνητικοί δεσμοί μεταξύ των μορίων ενός σώματος είναι ισχυροί, τότε τα μόριά του ταλαντώνονται γύρω από σταθερές θέσεις ισορροπίας με αποτέλεσμα το σώμα να είναι **στερεό**, να έχει δηλαδή καθορισμένο σχήμα υπό δεδομένες συνθήκες.

Ένα **υγρό** σώμα χαρακτηρίζεται από ασθενέστερους δεσμούς μεταξύ μορίων: αυτά έχουν αρκετή κινητική ενέργεια ώστε να ξεφεύγουν από τη θέση ισορροπίας τους (και το *πηγάδι δυναμικού* που την καθορίζει). Τότε τα μόρια μπορούν και κινούνται με σχετική ελευθερία, υποβαλλόμενα σε ελκτικές δυνάμεις μόνο από τα άμεσα «γειτονικά» του μόρια, και υπάρχει μια *συνεκτικότητα* στη δομή του υλικού, το οποίο έτσι έχει συγκεκριμένο όγκο, κάτω από σταθερές περιβαλλοντικές συνθήκες. Εάν το τοποθετήσουμε σε δοχείο μεγαλύτερου όγκου, δεν είναι ικανό να το γεμίσει.

Τέλος, ένα **αέριο** χαρακτηρίζεται από πολύ ασθενείς δεσμούς μεταξύ των μορίων του. Τα μόρια των αερίων έχουν ικανή κινητική ενέργεια ώστε κινούνται ουσιαστικά ελεύθερα και υπόκεινται σε ελαστικές κρούσεις μεταξύ τους, αφού η όποια έλξη ασκείται από τα γειτονικά μόρια είναι μηδαμινή. Τα αέρια χαρακτηρίζονται από την τάση να αποκτούν το μέγιστο δυνατό όγκο και να καταλαμβάνουν ολόκληρο το δοχείο στο οποίο βρίσκονται.

Άσκηση μικρής *διατμητικής* δύναμης δεν επιφέρει παραμόρφωση στο σχήμα ενός στερεού, ενώ αντίθετα, επιφέρει μόνιμη και συνεχή παραμόρφωση στο σχήμα των ρευστών (υγρών και αερίων). Υπάρχουν στερεά που παθαίνουν συνεχή και μόνιμη παραμόρφωση αν η δύναμη που ασκείται πάνω τους υπερβαίνει κάποια τιμή κατωφλίου, και αυτά λέγεται ότι έχουν πλαστικότητα (σε αντίθεση με τα πλήρως ελαστικά υλικά, που επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα μετά την άσκηση της δύναμης).

Τα ρευστά που θα μας απασχολήσουν εδώ είναι τα λεγόμενα Νευτώνεια ρευστά, δηλαδή η παραμόρφωση που υφίστανται είναι ευθέως ανάλογη της τάσης που υφίστανται. Υπάρχουν και υγρά (όπως διάφορα πολυμερή, οργανικές ουσίες, και διάφορα διαλύματα) για τα οποία η σχέση τάσης και παραμόρφωσης είναι μη γραμμική, και συχνά διατηρούν κάποια «μνήμη», έχοντας σε κάποιο βαθμό ελαστικές ιδιότητες. Αυτά λέγονται μη-Νευτώνεια ρευστά, και στην πλειοψηφία τους είναι viscous-elastic.

1.2 Θερμοκρασία

Παραπάνω είδαμε ότι αυτό που καθορίζει τελικά αν ένα σώμα βρίσκεται στη στερεά, την υγρή ή την αέρια κατάσταση σε σταθερές συνθήκες περιβάλλοντος είναι η κινητική ενέργεια των μορίων του. Τα μόρια ενός υλικού έχουν υψηλότερη κινητική ενέργεια στην αέρια φάση από απ' ό,τι στην υγρή, και στην υγρή φάση περισσότερη ενέργεια από ό,τι στη στερεά. Μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων ενός υλικού είναι η θερμοκρασία του. Με άλλα λόγια, η θερμοκρασία είναι ένα στατιστικό μέγεθος της Θερμοδυναμικής που μας επιτρέπει τη σύνδεση με την Κλασσική Μηχανική, αφού επιτρέπει τη γνώση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων ενός υλικού.

Η Θερμοκρασία μπορεί να μετρηθεί με χρήση των κλιμάκων

- Κελσίου (°C),
- Fahrenheit (°F) και
- Kelvin (K).

Η κλίμακα Fahrenheit εισήχθη το 1724 από τον Γερμανό φυσικό Daniel Gabriel Fahrenheit, που έθεσε το σημείο 0 °F στη χαμηλότερη θερμοκρασία που μέτρησε, και το σημείο 100 °F στη θερμοκρασία περίπου του ανθρωπίνου σώματος.

Η κλίμακα Κελσίου εισήχθη το 1742 από το Σουηδό αστρονόμο Anders Celsius, και ορίζεται από τις φυσικές ιδιότητες του νερού. Το σημείο 0 °C αποτελεί το σημείο πήξης του καθαρού νερού, και το σημείο 100 °C αποτελεί το σημείο βρασμού του καθαρού νερού σε πίεση μιας ατμόσφαιρας.

Η κλίμακα Kelvin προτάθηκε το 1848 από τον William Thomson, γνωστό ως Λόρδο Kelvin. Ο βαθμός Kelvin είναι ίδιος με το βαθμό Κελσίου, αλλά το μηδέν της κλίμακας Kelvin τέθηκε στη θερμοκρασία όπου η εσωτερική ενέργεια των σωμάτων είναι μηδενική (τα μόρια της ύλης δεν έχουν κινητική ενέργεια).

Μετατροπές μεταξύ κλιμάκων θερμοκρασίας:

Από την κλίμακα Κελσίου στην κλίμακα Fahrenheit: $^oF = (^oC \times 1.8) + 32$

Από την κλίμακα Κελσίου στην κλίμακα Kelvin: $K = {^oC} + 273.15$

1.3 Πίεση

Από την Κλασσική Μηχανική, η πίεση έχει ορισθεί ως η δύναμη που ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια δια το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής. Η Θερμοδυναμική μας λέει ότι η πίεση που ασκείται σε μια επιφάνεια από ένα ρευστό είναι αποτέλεσμα της δύναμης που ασκείται από τις κρούσεις των μορίων του ρευστού στην επιφάνεια αυτή. Συνακόλουθα, απουσία εξωτερικών δυνάμεων (π.χ., βαρύτητας), η πίεση που ασκείται από ένα στερεό ή ένα υγρό σε μια επιφάνεια θα είναι μηδενική, ενώ σε ένα αέριο θα είναι συνάρτηση της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του, δηλαδή της θερμοκρασίας του αερίου.

Ισοδύναμα, η πίεση θα μπορούσε να ορισθεί σαν πυκνότητα δύναμης κάθετης προς μια επιφάνεια:

$$p = \frac{F_n}{S}$$

, όπου p η πίεση και F_n η κάθετη στην επιφάνεια S συνιστώσα της δύναμης $\vec{F}$.

Προσοχή:
Ενώ η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος, η πίεση είναι βαθμωτό μέγεθος.
Δηλαδή, η πίεση δεν έχει προτιμώμενη διεύθυνση και φορά: Ασκείται κάθετα σε όποια επιφάνεια είναι βυθισμένη στο ρευστό, από το ρευστό προς την επιφάνεια αυτή.

Επίσης:
Να μη συγχέεται το σύμβολο p (πίεση) με το συμβολο ρ (πυκνότητα)

Μετατροπές μονάδων πίεσης:
Στο διεθνές σύστημα μονάδων (S.I.), η μονάδα πίεσης είναι το Πασκάλ (Pascal, Pa) που ορίζεται ως μονάδα δύναμης ανά επιφάνεια, δηλαδή

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}.$$

Πολύ συνηθισμένη μονάδα στην ωκεανογραφία και μετεωρολογία είναι το bar, που ορίζεται από

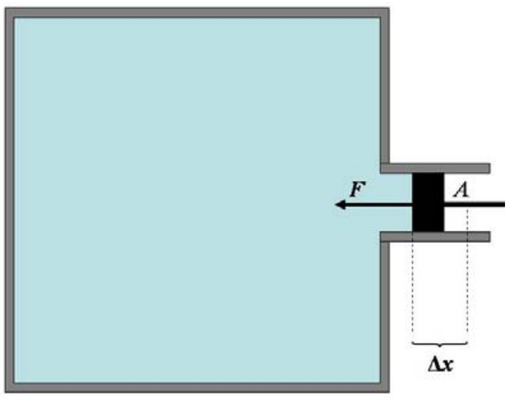
$$1 \text{ bar} = 10^{6} \text{ dynes cm}^{-2}.$$

Το 1 bar συχνά αναφέρεται και ως μια ατμόσφαιρα, αφού ισούται περίπου με την πίεση που ασκεί η ατμόσφαιρα στην επιφάνεια της θάλασσας. Αλλά δεν πρέπει να συγχέεται με τις μονάδες πίεσης τεχνική ατμόσφαιρα (At) και ατμόσφαιρα (atm). Η αντιστοιχία είναι:

1 bar = 105 Pa
1 bar = 1.0197 at
1 bar = 0.96784 atm
1 bar = 750.06 mmHg
1 bar = 14.504 psi (λίβρες ανά τετραγωνική ίντσα)

1.4 Έργο και θερμότητα

Είδαμε παραπάνω ότι η φάση στην οποία βρίσκεται ένα υλικό σε σταθερές περιβαλλοντικές συνθήκες εξαρτάται από την μέση κινητική ενέργεια των μορίων του, δηλαδή τη θερμοκρασία του. Η Θερμοδυναμική μας έχει διδάξει ότι η φάση στην οποία βρίσκεται ένα ιδανικό αέριο εξαρτάται εκτός από τη θερμοκρασία και από την πίεση (βλέπε παρακάτω, §1.4). Εδώ θα πρέπει να γίνει μια παρένθεση για να διευκρινιστεί το τι εννοούμε όταν λέμε σταθερές περιβαλλοντικές συνθήκες. Εννοούμε ότι το υλικό θα πρέπει να βρίσκεται σε ισορροπία με το περιβάλλον του, δηλαδή να μην ανταλλάσσει ενέργεια. Ένα υλικό, για να περάσει από μια φάση σε μια άλλη θα πρέπει να ανταλλάξει ενέργεια με το περιβάλλον του. Η ανταλλαγή ενέργειας γίνεται είτε ως ανταλλαγή θερμότητας είτε ως παραγωγή έργου.



Σχήμα 1-1. Δοχείο με αέριο. Στο πιστόνι, επιφάνειας A, ασκείται μια δύναμη F, που το μετακινεί κατά ένα διάστημα Δx.

Ο ένας τρόπος αλλαγής της εσωτερικής ενέργειας ενός σώματος είναι η παραγωγή έργου πάνω του, μέσω της άσκησης κάποιας εξωτερικής δύναμης. Μια δύναμη F ασκούμενη σε κάποιο σώμα, όταν προκαλεί μετατόπιση του σώματος κατά τη διεύθυνση και φορά της, κατά ένα διάστημα μήκους Δx, παράγει **έργο** W που δίνεται από τη σχέση

$$W = F\,\Delta x \tag{1-1}$$

Η παραπάνω σχέση (που προέρχεται από την κλασσική μηχανική) εφαρμόζεται και στη θερμοδυναμική. Είναι δυνατόν να παράγουμε έργο πάνω σε ένα σώμα και να αυξήσουμε την εσωτερική του ενέργεια (όπως αυτή μετριέται με τη θερμοκρασία) με μηχανικό τρόπο, δηλαδή εφαρμόζοντας πάνω του μια δύναμη. Για παράδειγμα, στο σχήμα 1-1 έχουμε κάποιο συμπιεστό ρευστό μέσα σε ένα αδιαπέραστο δοχείο, το οποίο έχει μια έξοδο με πιστόνι επιφάνειας A. Στο πιστόνι ασκείται μια δύναμη F, η οποία το μετακινεί κατά ένα διάστημα Δx. Το έργο που παράγει η δύναμη πάνω στο αέριο έχει μέτρο που δίνεται από την παραπάνω εξίσωση (1-1). Η δύναμη F κατανέμεται σε μια επιφάνεια A πάνω στο έμβολο. Άρα, η πίεση στην επιφάνεια του εμβόλου είναι $p = F/A$. Η σχέση (1-1) λοιπόν μπορεί να ξαναγραφεί ως

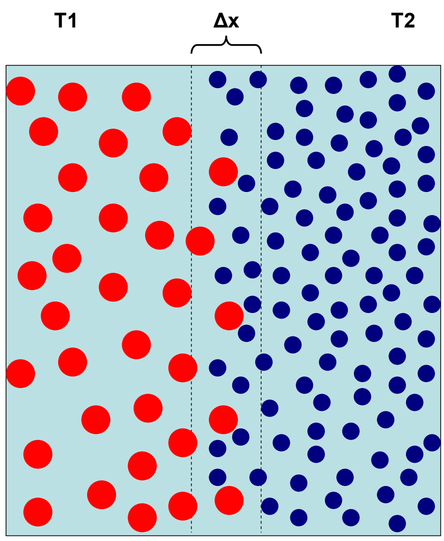
$$W = p\,A\Delta x\,,$$

και επειδή το γινόμενο $A\ \Delta x$ μας δίνει τη μεταβολή του όγκου του αερίου, η εξίσωση (1-1) μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$W = p\,\Delta V \tag{1-2}$$

Το έργο λοιπόν που ασκείται πάνω σε ένα σώμα από μια εξωτερική δύναμη μπορεί να εκφραστεί σαν γινόμενο της πίεσης επί την μεταβολή του όγκου του σώματος.

Η **θερμότητα** είναι η ενέργεια που ανταλλάσσεται μεταξύ δύο εφαπτόμενων υλικών που έχουν διαφορετική θερμοκρασία. Η θερμότητα (όπως και το έργο) είναι μορφές ενέργειας που ανταλλάσσονται, και σε καμιά περίπτωση δε χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν την κατάσταση κάποιου σώματος. Η θερμότητα (ως ενέργεια) είναι πάντοτε θετική, και ρέει από το σώμα με τη μεγαλύτερη θερμοκρασία προς το σώμα με τη μικρότερη θερμοκρασία, δηλαδή από το θερμότερο προς το ψυχρότερο. Η διαδικασία ανταλλαγής θερμότητας είναι μέσω των αλλεπάλληλων κρούσεων μεταξύ των γειτονικών μορίων. Η ροή θερμότητας είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ των υλικών. Στο σχήμα 1-2 φαίνεται σχηματικά η διαδικασία ανταλλαγής κινητικής ενέργειας (και έτσι διάχυσης της θερμότητας) μεταξύ δύο υλικών. Έστω το υλικό στα αριστερά βρίσκεται σε μια θερμοκρασία T_1 και το υλικό δεξιά σε T_2, και $T_1 > T_2$. Φυσικά, δεξιά και αριστερά της διεπιφάνειας του παραδείγματός μας θα μπορούσε να βρίσκεται το ίδιο υλικό, αλλά σε διαφορετικές θερμοκρασίες. Τα μόρια στη διεπιφάνεια μεταξύ των υλικών συγκρούονται μεταξύ τους ανταλλάσσοντας ενέργεια, και σύντομα τα μόρια κοντά στη διεπιφάνεια αποκτούν ψηλότερη ή



Σχήμα 1-2. Ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ δύο υλικών. Τα διαφορετικού χρώματος σωματίδια μπορεί να αντιπροσωπεύουν είτε μόρια του ίδιου υλικού με διαφορετική κινητική ενέργεια, είτε διαφορετικά σωματίδια, είτε διαφορετικές συγκεντρώσεις του ίδιου υλικού.

χαμηλότερη κινητική ενέργεια, αυξάνοντας ή μειώνοντας έτσι τοπικά τη θερμοκρασία. Στο στιγμιότυπο που απεικονίζουμε στο σχήμα 1-2, η θερμοκρασία έχει μεταβληθεί σε ένα διάστημα Δx, ενώ έξω από αυτό η θερμοκρασία παραμένει T_1 στο αριστερό και T_2 στο δεξιό υλικό. Έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι η ροή θερμότητας από το αριστερό προς το δεξιό υλικό είναι ευθέως ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ τους:

$$Q = -k\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \;=\; -k\frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad \text{(1-3).}$$

Το πρόσημο (-) υποδηλώνει ότι η ροή θερμότητας είναι αντίθετου προσήμου από τη βάθμωση της θερμοκρασίας ΔT/Δx, γιατί έχει η τελευταία διεύθυνση από τη χαμηλότερη προς την υψηλότερη θερμοκρασία. Ο συντελεστής *k* λέγεται θερμική αγωγιμότητα και είναι διαφορετικός για κάθε υλικό. Θεωρώντας απειροστά μικρές διαστάσεις, η εξίσωση (1-3) αποκτά τη διαφορική της μορφή:

$$Q = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{(1-4)}$$

Θεωρώντας τρεις διαστάσεις (*ή περιστρέφοντας το σύστημα των αξόνων μας*) η εξίσωση (1-4) γράφεται

$$\vec{Q} = -k\left[\frac{\partial T}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\hat{k}\right] \qquad \text{(1-5)}$$

ή, χρησιμοποιώντας το σύμβολο του Λαπλασιανού τελεστή $\vec{\nabla}$ (όπου $\vec{\nabla} \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$) η ροή της θερμότητας βάσει της κατανομής της θερμοκρασίας δίνεται από:

$$\vec{Q} = -k\vec{\nabla}T \qquad \text{(1-6)}$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι γνωστή και ως *νόμος του Fourier*. Η ροή θερμότητας έχει μονάδες ενέργειας ανά επιφάνεια ανά χρόνο (Joule m^{-2} s^{-1}) δηλαδή (σε πιο συνηθισμένη μορφή) ισχύος ανά χρόνο (Wm^{-2}). Στο διεθνές σύστημα μονάδων που χρησιμοποιούμε εδώ, η θερμοκρασία εκφράζεται σε βαθμούς Kelvin (όπου $^oK = {}^oC +$ 273.15). Διαστατική ανάλυση μας δείχνει ότι οι μονάδες του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας είναι (Joule $^oK^{-1}$ m^{-1} s^{-1}), ή (W $^oK^{-1}$ m^{-1}).

1.5 Μοριακή διάχυση

Ο μηχανισμός μεταφοράς της θερμότητας μέσω των αλληλεπιδράσεων γειτονικών μορίων μεταξύ τους που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο λέγεται μοριακή διάχυση. Οι κινήσεις ή ταλαντώσεις των μορίων που είναι υπεύθυνες για τη μοριακή διάχυση της θερμότητας, ευθύνονται επίσης και για τη μοριακή διάχυση μάζας και ορμής.

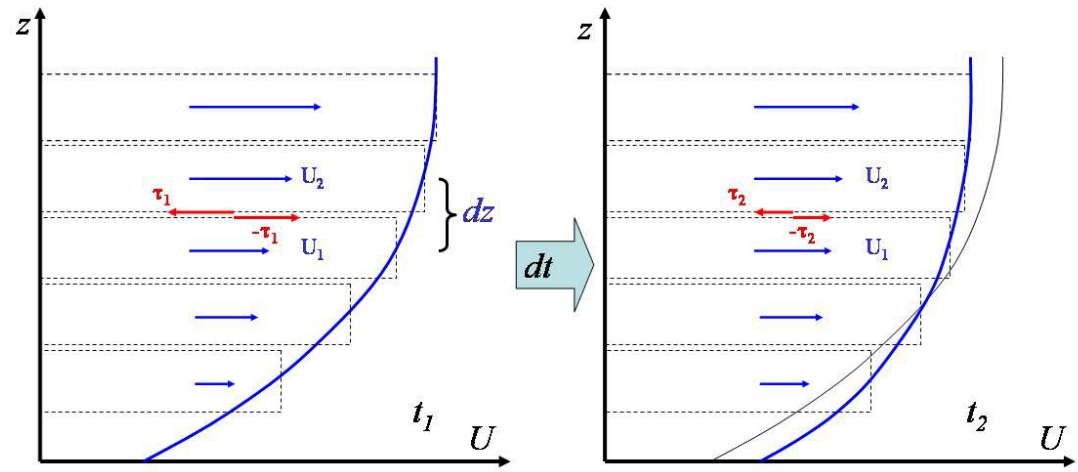
Πειράματα έχουν δείξει ότι και στη μοριακή διάχυση μάζας και ορμής (ή ταχύτητας), ισχύει το αντίστοιχο της σχέσης (1-6). Έστω δύο διαλύματα διαφορετικών συγκεντρώσεων, C_1και C_2, σε ένα δοχείο, διαχωρισμένα από ένα αδιαπέραστο τοιχίο. Εδώ θα θεωρήσουμε ότι η πυκνότητα του διαλύτη είναι ίδια με την πυκνότητα της διαλυμένης ουσίας, και έτσι δεν υπάρχουν φαινόμενα ανάμειξης λόγω διαφορετικής πλευστότητας. Σε δεδομένο χρόνο αφαιρούμε το τοιχίο. Τότε, τα μόρια της διαλυμένης ουσίας θα είναι ελεύθερα να περνούν από το ένα διάλυμα στο άλλο (σχήμα 1-2). Το συνολικό αποτέλεσμα θα είναι μια ροή σωματιδίων από το διάλυμα υψηλότερης συγκέντρωσης προς το διάλυμα χαμηλότερης συγκέντρωσης, άρα μια *ροή συγκέντρωσης* που θα τείνει να ομογενοποιήσει το υγρό διάλυμα. Η εξίσωση που διέπει τη ροή αυτή είναι αντίστοιχη με την (1-6):

$$\vec{Q}_c = -k_c \vec{\nabla} C \qquad (1\text{-}7)$$

Εδώ, το διάνυσμα $\vec{Q}_c$ είναι η ροή μάζας της διαλυμένης ουσίας (σε kg m^{-2} s^{-1}), *C* η συγκέντρωση (σε kg m^{-3}) και k_c ο συντελεστής μοριακής διάχυσης για τη συγκεκριμένη ουσία στο συγκεκριμένο διαλύτη (σε m^{-2} s^{-1}). Η εξίσωση (1-7), που διέπει τη μοριακή διάχυση μάζας, είναι γνωστή και ως *νόμος του Fick*.

Όσον αφορά τη μοριακή διάχυση της ορμής (ή της ταχύτητας, διατηρώντας τη μάζα σταθερή), το παρακάτω ωραιότατο παράδειγμα δίνεται από τον Kundu (1990): Έστω δύο τρένα φορτωμένα με τούβλα, κινούνται σε παράλληλες ράγες προς την ίδια κατεύθυνση, με διαφορετικές ταχύτητες. Όσο τα τρένα αλληλοκαλύπτονται, εργάτες από το κάθε τρένο ρίχνουν τούβλα από το δικό τους στο διπλανό τρένο, με τον ίδιο ρυθμό και για τα δύο τρένα, ώστε η συνολική μάζα του κάθε τρένου να παραμένει σταθερή. Τα τούβλα που πέφτουν από το αργό τρένο στο ταχύ έχουν αποτέλεσμα να επιβραδύνουν το τελευταίο, ενώ τα τούβλα που πέφτουν από το ταχύ στο αργό το επιταχύνουν. Το παραπάνω παράδειγμα είναι μια πολύ καλή αντιστοιχία με το μηχανισμό ανταλλαγής ορμής μέσω μοριακής διάχυσης

Έστω ένα προφίλ οριζόντιας ταχύτητας ενός ρευστού, μεταβαλλόμενης με το βάθος όπως στο σχήμα 1-3. Το συνεχές προφίλ της ταχύτητας μπορεί να προσεγγιστεί με απειροστά λεπτά στρώματα ομογενούς ταχύτητας πάχους *dz*. Ας εξετάσουμε δύο γειτονικές μάζες ρευστού, απειροστά μικρές, κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση με διαφορετικές ταχύτητες, U_1 και U_2 (Βλέπε σχήμα 1-3).



Σχήμα 1-3. Παράδειγμα διάχυσης της ορμής σε μια κατακόρυφα ανομοιογενή ροή σε δύο χρονικά στιγμιότυπα, t_1 και t_2. Το συνεχές προφίλ της ταχύτητας μπορεί να προσεγγιστεί με απειροστά λεπτά στρώματα ομογενούς ταχύτητας πάχους *dz*. Στο σχήμα φαίνεται η τάση τ_1 που ασκείται στο στρώμα ταχύτητας U_1 από το στρώμα U_2 επιβραδύνοντάς το. Φυσικά, στο κάτω στρώμα ασκείται ίση τάση αντίθετης φοράς, επιταχύνοντάς το. Το αποτέλεσμα είναι η σταδιακή ομογενοποίηση του προφίλ, όπως φαίνεται στα δεξιά, σε έναν χρόνο $t_2 > t_1$. Στο σχήμα δεξιά φαίνεται με μαύρο χρώμα το προφίλ της ταχύτητας σε χρόνο t_1, και με μπλε το προφίλ σε χρόνο t_2.

Η ανταλλαγή σωματιδίων μεταξύ των διαφορικά κινούμενων μαζών έχει σαν αποτέλεσμα τη διάχυση της ταχύτητας με τάση για εξομοίωση (ομογενοποίηση) των ταχυτήτων. Μέσω των μοριακών κρούσεων, η αργή μάζα (ταχύτητας U_1) εξασκεί μια δύναμη (*διατμητική τάση* τ_1) στην ταχύτερη μάζα, που τείνει να μειώσει την ταχύτητά της U_2. Αντίστοιχα, η τάση ($-\tau_1$) που ασκεί η ταχύτερη στην βραδύτερη τείνει να την επιταχύνει (να αυξήσει την U_1). Οι δύο τάσεις είναι ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς, με αποτέλεσμα στο σύστημα να ασκείται μηδενική δύναμη, η ταχύτητα όμως τείνει να ομογενοποιηθεί. Η τάση που ασκεί η μια μάζα στην άλλη είναι η τριβή, και είναι ανάλογη του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας, σε αναλογία με την εξίσωση (1-4):

$$\vec{\tau} = \mu \frac{d\vec{U}}{dz} \qquad (1\text{-}8)$$

Ο συντελεστής μ λέγεται δυναμικό ιξώδες και είναι διαφορετικός γα κάθε ρευστό. Η σχέση (1-8) είναι γνωστή και σαν Νευτώνειος νόμος της τριβής. Το δυναμικό ιξώδες εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Στα αέρια, το ιξώδες αυξάνει με τη θερμοκρασία, επειδή αυξάνονται οι αλληλεπιδράσεις των μορίων που κινούνται με μεγαλύτερες ταχύτητες. Στα υγρά, αντίθετα, με την αύξηση της θερμοκρασίας, το ιξώδες μειώνεται λόγω της μείωσης των συνεκτικών δεσμών των μορίων.

<u>Να τονιστεί η διαφορά της (1-8) από την (1-4) με την έννοια ότι η μια είναι βάθμωση και η άλλη τελεστής.</u>

Παράρτημα

Το διάνυσμα της ***βάθμωσης*** ενός βαθμωτού μεγέθους p είναι το διάνυσμα που μας δείχνει προς τα πού και με ποιο ρυθμό αυξάνεται το μέγεθος p. Αν το πρόβλημά μας είναι μονοδιάστατο (για παράδειγμα, η μοριακή διάχυση της θερμότητας σε μια ράβδο) τότε η βάθμωση της θερμοκρασίας περιγράφεται από το διάνυσμα $\frac{\partial T}{\partial x}\hat{i}$, όπου το $\frac{\partial T}{\partial x}$ μας δίνει το μέτρο της αύξησης ή μείωσης της θερμοκρασίας και το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{i}$ μας δίνει τη διεύθυνση του διανύσματος της βάθμωσης. Το πρόσημο του $\frac{\partial T}{\partial x}$ μας ορίζει τη φορά του διανύσματος της βάθμωσης (θετικό πρόσημο σημαίνει φορά ίδια με το $\hat{i}$, αρνητικό πρόσημο φορά αντίθετη του $\hat{i}$).

Σε δύο διαστάσεις (σε ένα επίπεδο), το μέγεθος p μπορεί να είναι συνάρτηση και των δύο αυτών διαστάσεων. Δηλαδή, για παράδειγμα, η θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας μπορεί για δεδομένη χρονική στιγμή να είναι συνάρτηση και του γεωγραφικού μήκους x και του γεωγραφικού πλάτους y. Τότε, σα βάθμωση του μεγέθους p ορίζεται το διάνυσμα $\vec{\nabla}p \equiv \frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j}$, όπου $\hat{i}, \hat{j}$ τα μοναδιαία διανύσματα στους άξονες x και y του δισδιάστατου χώρου.

Στη γενική τρισδιάστατη περίπτωση, η βάθμωση του μεγέθους p ορίζεται από

$$\vec{\nabla}p \equiv \frac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\hat{k},$$

όπου $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ τα μοναδιαία διανύσματα των διαστάσεων x, y και z αντίστοιχα.

Το μέγεθος $\vec{\nabla}p$ είναι ένα διάνυσμα που μας δείχνει πάντα προς τη διεύθυνση όπου το p αυξάνει με τον μεγαλύτερο ρυθμό, και έχει μέγεθος ανάλογο του ρυθμού αύξησης του p.

Το σύμβολο $\vec{\nabla} \equiv \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$ αντιπροσωπεύει το τελεστή **ανάδελτα**, ο οποίος κατά την εφαρμογή του σε βαθμωτά και διανυσματικά πεδία είναι αντίστοιχος με διάνυσμα.

Για παράδειγμα, δεδομένου ενός διανυσματικού πεδίου, π.χ. ενός πεδίου ταχυτήτων $\vec{u} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$, ο τελεστής ανάδελτα μπορεί να εφαρμοστεί με τους εξής τρόπους:

Σαν εσωτερικό γινόμενο: $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$. Το μέγεθος που προκύπτει είναι βαθμωτό και λέγεται **απόκλιση** του διανύσματος (στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η απόκλιση του πεδίου ταχυτήτων). Η φυσική του έννοια είναι ακριβώς η απόκλιση των διανυσμάτων από τις περιοχές όπου $\vec{\nabla} \cdot p > 0$, και η σύγκλισή τους στις περιοχές όπου $\vec{\nabla} \cdot p < 0$.

Σαν εξωτερικό γινόμενο:

$$\vec{\nabla} \times \vec{u} \equiv \begin{vmatrix} u & v & w \\ \frac{\partial}{\partial x} + & \frac{\partial}{\partial y} + & \frac{\partial}{\partial z} \\ \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right)\hat{i} - \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)\hat{k}.$$

Το μέγεθος που προκύπτει είναι διανυσματικό, λέγεται **στροβιλισμός**, ή **στροβίλωση** του διανύσματος (στη συγκεκριμένη περίπτωση στροβιλισμός του πεδίου ταχυτήτων), και περιγράφει τη τάση του πεδίου να «στρίβει», να καμπυλώνεται, ή να παρουσιάζει ανομοιογένεια κάθετα στην κίνηση.

Άσκηση 1.1.

Έστω ότι έχουμε με τη βοήθεια δορυφόρου έχουμε καταγράψει την επιφανειακή θερμοκρασία στον ελληνικό χώρο σε δεδομένες χρονικές στιγμές. Υπολογίστε και σχεδιάστε το διάνυσμα της βάθμωσης της θερμοκρασίας, όταν:

Α) η θερμοκρασία αυξάνεται από βορρά προς νότο κατά ένα βαθμό Κελσίου ανά 100 χιλιόμετρα.

Β) η θερμοκρασία μειώνεται από δύση προς ανατολή κατά δύο βαθμούς Κελσίου ανά 100 χιλιόμετρα.

Γ) η θερμοκρασία αυξάνεται από τα βορειοδυτικά προς τα νοτιοανατολικά με ρυθμό 1 βαθμό Κελσίου ανά 50 χιλιόμετρα.

Δ) η θερμοκρασία μειώνεται με το ύψος κατά δέκα βαθμούς ανά 1000 μέτρα.

Άσκηση 1.2.

Έστω ότι με εμπειρικό τρόπο βρήκαμε ότι η θερμοκρασία κατά μήκος μιας ράβδου δίνεται από τον τύπο $T(x) = ax^2$. Αν η θερμική αγωγιμότητα του υλικού μας είναι k, πόση είναι η ροή θερμότητας κατά μήκος του υλικού;

Άσκηση 1.3.

Έστω ότι σε μια ράβδο μετρήσαμε T(5 m) = 15 °C ενώ σε απόσταση ενός μέτρου, T(6 m) = 13 °C. Αν η θερμική αγωγιμότητα της ράβδου είναι 0.005 W m^{-1} °C^{-1}, ποια η μοριακή ροή θερμότητας μεταξύ των σημείων αυτών;

Άσκηση 1.4.

Έστω ότι με εμπειρικό τρόπο βρήκαμε ότι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας σε μια περιοχή και σε δεδομένη χρονική στιγμή δίνεται από τον τύπο T(x,y) = 20 + 0.05 °C km^{-1} x – 0.15 °C km^{-1} y. Υπολογίστε και σχεδιάστε το μέγεθος $\vec{\nabla} T$.

Άσκηση 1.5.

Έστω ότι με εμπειρικό τρόπο βρήκαμε ότι η θερμοκρασία στην επιφάνεια της θάλασσας σε μια περιοχή και σε δεδομένη χρονική στιγμή δίνεται από τον τύπο T(x,y) = 20 + 0.05 °C km^{-1} x -0.0003 °C km^{-2} x^2 – 0.15 °C km^{-1} y. Υπολογίστε και σχεδιάστε το μέγεθος $\vec{\nabla} T$.

Άσκηση 1.6

Έστω ότι σε κάποιο ταξίδι του Ω/Κ «Αμφιτρίτη», το φορητό CTD μας έδωσε τις εξής μετρήσεις θερμοκρασίας: στα 9 μέτρα 22.4 °C, στα 11 μέτρα 20.0 °C, στα 27 μέτρα 19.0 °C και στα 29 μέτρα 18.9 °C. Υπολογίστε τη μοριακή ροή θερμότητας στα 10 και στα 28 μέτρα βάθος, και σχεδιάστε τα διανύσματα ροής θερμότητας στα δύο αυτά βάθη. Υπολογίστε την απόκλιση του πεδίου ροής θερμότητας. Αν δεν υπάρχουν άλλες διεργασίες ροής θερμότητας, το νερό μεταξύ 10 και 28 μέτρων θα τείνει να θερμανθεί ή να ψυχθεί; Η θέρμανση ή ψύξη ενός υλικού, πως συνδυάζεται με την απόκλιση ή σύγκλιση του πεδίου ροής θερμότητας; Θερμική αγωγιμότητα του θαλασσόνερου: k = 0.6 W m^{-1} °C^{-1}.

Άσκηση 1.7

Έστω ότι μια ευθύγραμμη ακτή μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση y = 0, και το πεδίο της επιφανειακής ταχύτητας ενός παράκτιου ρεύματος μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$\vec{u} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ = 0.00010 s^{-1} $y\ \hat{i}$. Υπολογίστε και σχεδιάστε το στροβιλισμό του ρεύματος.

Άσκηση 1.8

Έστω ότι ένα επιφανειακό ρεύμα μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση

$\vec{u} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ = *0.00010* s^{-1} $x\ \hat{i}$. *Υπολογίστε και σχεδιάστε την απόκλιση και το στροβιλισμό του ρεύματος.*

Άσκηση 1.9

Έστω ότι ένα επιφανειακό ρεύμα μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση

$\vec{u} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ = *0.00010* s^{-1} $y\ \hat{i}$ + *0.00010* s^{-1} $x\ \hat{j}$. *Υπολογίστε και σχεδιάστε το ρεύμα, την απόκλιση και το στροβιλισμό του ρεύματος.*

Άσκηση 1.10

Έστω ότι ένα επιφανειακό ρεύμα μπορεί να περιγραφεί από την εξίσωση

$\vec{u} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ = [*0.10 m* s^{-1} + *0.00010* s^{-1} x] $\hat{i}$ + *0.00010* s^{-1} $y\ \hat{j}$. *Υπολογίστε και σχεδιάστε το ρεύμα, την απόκλιση και το στροβιλισμό του ρεύματος.*

1.6 Οι νόμοι της Θερμοδυναμικής

Η κλασσική θερμοδυναμική εξετάζει συστήματα σε ισορροπία. Όταν λέμε θερμοδυναμικό σύστημα, εννοούμε μια ποσότητα ύλης σταθερής μάζας και ορισμένου όγκου. Το σύστημα μπορεί να ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του είτε με την παραγωγή έργου (μεταβάλλοντας τον όγκο του), είτε μέσω ανταλλαγής θερμότητας. Η μάζα ενός θερμοδυναμικού συστήματος παραμένει σταθερή.
Η θερμοδυναμική επιτρέπει την εξέταση του συστήματος μέσω της καταγραφής στατιστικών ποσοτήτων που περιγράφουν τη μέση κατάσταση των σωματιδίων από τα οποία αυτό αποτελείται (δηλαδή ποσοτήτων όπως η θερμοκρασία και η πίεση). Η θερμοδυναμική λοιπόν περιγραφή ενός συστήματος προϋποθέτει την κατάστασή του σε θερμοδυναμική ισορροπία, δηλαδή την απουσία χωρικών και χρονικών μεταβολών. Για να συμβαίνει αυτό πρέπει να μεσολαβεί κάποιος απαραίτητος χρόνος από την ανταλλαγή έργου ή θερμότητας του συστήματος με το περιβάλλον του, μέχρι την καταγραφή της νέας του θερμοδυναμικής κατάστασης. Ο χρόνος αυτός αντιστοιχεί σε μερικές μοριακές συγκρούσεις, που απαιτούνται για να κατανείμουν τις νέες θερμοδυναμικές συνθήκες σε όλο το σύστημα. Ο χρόνος αυτός είναι συνήθως πολύ μικρός σε σχέση με τις χρονικές κλίμακες που θα μας απασχολήσουν σε αυτό το κεφάλαιο, και έτσι μπορούμε πάντα να θεωρούμε ότι ένα σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία αμέσως με την παύση των ανταλλαγών έργου ή θερμότητας με το περιβάλλον του.

Πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής.
Ο πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής είναι η διατήρηση της ενέργειας. Ή, με άλλα λόγια, λέει ότι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός θερμοδυναμικού συστήματος ισούται με τις ανταλλαγές θερμότητας και έργου με το περιβάλλον του. Δηλαδή, ο πρώτος νόμος επιβάλλει ότι

$$\Delta E = Q + W \qquad (1\text{-}9)$$

όπου ΔE η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός συστήματος, Q η θερμότητα και W το έργο που ανταλλάσσονται μεταξύ του συστήματος και του περιβάλλοντός του. Με άλλα λόγια, ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής μας έχει την τυπική μορφή ενός νόμου διατήρησης (θα συναντήσουμε πολλούς παρόμοιους παρακάτω, βλέπε κεφάλαιο 4), που λέει ότι η μεταβολή μιάς ποσότητας σ’ ένα σύστημα εξαρτάται από τη ροή της ποσότητας αυτής μέσω των ορίων του συστήματος.

Δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής.
Για την κατανόηση του δεύτερου νόμου της Θερμοδυναμικής απαιτείται η εισαγωγή της έννοιας της εντροπίας. Η εντροπία είναι ένα στατιστικό μέτρο της αταξίας που επικρατεί σε ένα σύστημα. Στη θερμοδυναμική, συνδέεται με τη θερμότητα Q που ανταλλάσσεται από ένα σύστημα θερμοκρασίας Τ που μεταβαίνει από μια κατάσταση 1 σε μια κατάσταση 2. Ο δεύτερος νόμος της Θερμοδυναμικής μας λέει ότι η εντροπία ενός απομονωμένου συστήματος δεν μπορεί να μειώνεται. Αν η μετάβαση ενός συστήματος από μια κατάσταση 1 σε μια άλλη 2 είναι αργή και χωρίς τριβές, τότε η εντροπία του συστήματος παραμένει σταθερή, και η μετάβαση είναι αναστρέψιμη, και η διεργασία λέγεται αντιστρεπτή. Σε μια πιο γενική περίπτωση με απότομες μεταβολές και τριβή, η εντροπία ενός συστήματος τείνει πάντοτε να αυξηθεί.
Ο ορισμός της εντροπίας η δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$d\eta = \frac{\mathrm{dQ}}{T} \tag{1-10}$$

όπου dQ η θερμότητα που ανταλλάσσει ένα θερμοδυναμικό σύστημα και T η θερμοκρασία του. Χρησιμοποιώντας την (1-10) στον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, έχουμε

$$dE = Td\eta - pdV \tag{1-11}$$

Η ποσότητα $T\eta$ λοιπόν είναι μέτρο του θερμικού φορτίου του συστήματος. Αν θέλουμε να υπολογίσουμε την ειδική θερμότητα του συστήματός μας σε σταθερή πίεση, δηλαδή τη μεταβολή του θερμικού φορτίου με τη θερμοκρασία, αυτή δίνεται από την παραγώγιση της (1-11) ως προς T:

$$c_p \equiv \mathrm{T}\left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{p}} = \left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{p}} + \mathrm{p}\left(\frac{\partial V}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{p}} \tag{1-12}$$

Αντίστοιχα, η ειδική θερμότητα σε σταθερό όγκο θα δινόταν από

$$c_{\mathrm{V}} \equiv \mathrm{T}\left(\frac{\partial \eta}{\partial p}\right)_{V} = \left(\frac{\partial E}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{V}} \tag{1-13}$$

Ο λόγος των δύο παραπάνω ειδικών θερμοτήτων, $\gamma \equiv c_p / c_v$, είναι μια ποσότητα πολύ χρήσιμη στον υπολογισμό των ιδιοτήτων συμπιεστών ρευστών.

1.7 Καταστατικές εξισώσεις

Αναφέραμε παραπάνω ότι η θερμοδυναμική επιτρέπει την περιγραφή συστημάτων πολλών σωματιδίων με χρήση ενός μικρού αριθμού μεταβλητών, που περιγράφουν π.χ. τη μέση κινητική ενέργεια των σωματιδίων (όπως η θερμοκρασία), η τη μέση δύναμη που ασκείται ανά μονάδα επιφάνειας από τις κρούσεις των σωματιδίων αυτών (όπως η πίεση).

Όταν το θερμοδυναμικό σύστημα αποτελείται από ένα μόνο συστατικό (για παράδειγμα, καθαρό οξυγόνο σε ένα μπαλόνι), τότε η πλήρης θερμοδυναμική περιγραφή του συστήματος απαιτεί τη γνώση μόνο δύο θερμοδυναμικών παραμέτρων. Τότε, μπορούμε να εκφράσουμε ένα πλήθος άλλων θερμοδυναμικών παραμέτρων (όπως η ταχύτητα του ήχου c_S, η ειδική θερμότητα σε σταθερή πίεση C_p και όγκο C_V, κ.α.) σαν συνάρτηση δύο άλλων θερμοδυναμικών παραμέτρων. Για παράδειγμα,

$$\begin{aligned} c_S &= c_S\,(p,T) \\ C_p &= C_p(c_S,T) \end{aligned} \tag{1-10}$$

Οι παραπάνω εξισώσεις λέγονται καταστατικές εξισώσεις του συστήματος. Η γνώση μιας καταστατικής εξίσωσης ενός συστήματος επιτρέπει τη γνώση όλων των θερμοδυναμικών παραμέτρων του.

Όταν ένα θερμοδυναμικό σύστημα αποτελείται από δύο υλικά, όπως για παράδειγμα ένα υδατικό διάλυμα π.χ. ζάχαρης, τότε η θερμοδυναμική περιγραφή του συστήματος απαιτεί τη γνώση τριών παραμέτρων (όπως, για παράδειγμα, θερμοκρασία T, πυκνότητα του διαλύματος ρ και συγκέντρωση της ζάχαρης στο νερό C):

$$c_S = c_S\,(\rho,T,C) \tag{1-11}$$

Με επαγωγή, η θερμοδυναμική περιγραφή της κατάστασης ενός υγρού διαλύματος (ή αέριου μείγματος) n συστατικών απαιτεί τη γνώση n+2 θερμοδυναμικών παραμέτρων (για παράδειγμα, πίεση, πυκνότητα, και συγκέντρωση C_i, i=1,2,…,n, της κάθε διαλυμένης ουσίας στο μείγμα). Δηλαδή, σε ένα μείγμα n συστατικών, η εξίσωση (1-11) θα γραφόταν

$$c_S = c_S\,(\rho, T, C_1, C_2, ..., C_n) \tag{1-12}$$
Αυτό θα είχε δυσμενέστατες επιπτώσεις στην προσπάθεια να περιγραφούν θερμοδυναμικά τα δύο βασικά γεωφυσικά ρευστά, δηλαδή ο Ωκεανός και η Ατμόσφαιρα. Ο λόγος είναι ότι και τα δύο δεν είναι μείγματα λίγων συστατικών, αλλά αποτελούν μείγματα πολύ μεγάλου αριθμού αερίων ή διαλυμένων αλάτων (ιόντων και ριζών), με αποτέλεσμα η ακριβής γνώση της συγκέντρωσης κάθε ουσίας και η χρήση της στην καταστατική εξίσωση του εκάστοτε ρευστού να είναι αδύνατη.
Ευτυχώς, τα διάφορα συστατικά που αποτελούν την ατμόσφαιρα αλλά και τον Ωκεανό απαντώνται σε σταθερές αναλογίες, τουλάχιστον στις χρονικές κλίμακες που μας απασχολούν εδώ. (Η σταθερότητα των αναλογιών αντανακλά τη γρήγορη ανάμειξη των ρευστών σε σχέση με το ρυθμό μεταβολής των ουσιών αυτών). Για την περίπτωση της ατμόσφαιρας, είναι γνωστό ότι αυτή αποτελείται από 78% άζωτο, 20% οξυγόνο, κλπ. Οι συγκεντρώσεις των ουσιών αυτών είναι ουσιαστικά σταθερές· η μόνη ουσία που βρίσκεται σε σημαντικές συγκεντρώσεις στην ατμόσφαιρα και η συγκέντρωσή της παρουσιάζει μεγάλες μεταβολές (που επηρεάζουν τη θερμοδυναμική κατάσταση της ατμόσφαιρας) είναι η υγρασία που υπάρχει με τη μορφή υδρατμών. Έτσι, η καταστατική εξίσωση του ατμοσφαιρικού αέρα απαιτεί τη γνώση τουλάχιστον τριών παραμέτρων (τυπικά θερμοκρασίας T, πίεσης p και σχετικής υγρασίας h) για την περιγραφή π.χ. της πυκνότητας ρ_α η της ταχύτητας του ήχου c_S:
$$\begin{aligned} c_S &= c_S\,(p, T, h) \\ \rho &= \rho(p, T, h) \end{aligned} \tag{1-13}$$
Στη θάλασσα, η κατάσταση είναι λίγο διαφορετική. Όπως θα αναφέρουμε πιο αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο, τα διάφορα ιόντα και ρίζες που βρίσκονται διαλυμένα στο νερό βρίσκονται σε σταθερές μεταξύ τους αναλογίες (μακριά από εκβολές ποταμών), αλλά η συγκέντρωσή τους στο νερό δεν είναι σταθερή. Σαν συνέπεια, γνώση της συγκέντρωσης ενός από τα κύρια συστατικά του θαλασσόνερου συνεπάγεται τη γνώση των συγκεντρώσεων όλων των συστατικών, μέσω των μεταξύ τους αναλογιών. Παλαιότερα, χρησιμοποιήθηκε η *χλωριότητα*, δηλαδή η συγκέντρωση του ιόντος χλωρίου Cl^- στο θαλασσόνερο σαν μέτρο της συγκέντρωσης ανόργανων αλάτων. Σύντομα, αυτή αντικαταστάθηκε από την *αλατότητα* S, γνώση της οποίας αντιστοιχεί στη γνώση όλων των επι μέρους συγκεντρώσεων αλάτων, και επιτρέπει το θερμοδυναμικό χαρακτηρισμό του θαλασσόνερου:
$$\begin{aligned} c_S &= c_S\,(p, T, S) \\ \rho &= \rho(p, T, S) \end{aligned} \tag{1-14}$$
Η δυνατότητα πλήρους θερμοδυναμικής περιγραφής του θαλάσσιου νερού με τη γνώση τριών θερμοδυναμικών παραμέτρων, επέτρεψε την εύκολη μέτρηση της αλατότητας του νερού στο πεδίο, και τη σταδιακή αντικατάσταση των εργαστηριακών μεθόδων μέτρησης της αλατότητας από ηλεκτρονικά όργανα πεδίου στη δεκαετία του 1980.
Η σύγχρονη μέτρηση της αλατότητας γίνεται εμμέσως, με την μέτρηση της ηλεκτρικής *αγωγιμότητας* (conductivity). Η αγωγιμότητα C, η ευκολία δηλαδή με την οποία το θαλασσόνερο άγει ηλεκτρικά φορτία όταν βρεθεί μέσα σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, εξαρτάται από τη θερμοκρασία, την πίεση, και την ποσότητα των ελεύθερων ιόντων-φορέων του ηλεκτρικού ρεύματος, δηλαδή την αλατότητα. Δηλαδή, από την καταστατική εξίσωση του θαλασσόνερου, μπορούμε να έχουμε τη σχέση που μας καθορίζει την ηλεκτρική αγωγιμότητα συναρτήσει της πίεσης, της θερμοκρασίας και της αλατότητας:
$$C = C(p, T, S) \tag{1-15}$$

Όμως σε αντίθεση με την αλατότητα *S*, η αγωγιμότητα είναι ένα πολύ εύκολα μετρήσιμο μέγεθος, αφού αρκεί η πόντιση δύο ηλεκτροδίων διαφορετικής πολικότητας και η μέτρηση της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος μεταξύ τους για τον καθορισμό της. Η ευκολία μέτρησης της αγωγιμότητας στο πεδίο υπαγόρευσε τον παρακάτω τρόπο καθορισμού της αλατότητας: Από τη σχέση (1-15), μπορούμε να καθορίσουμε και την αλατότητα συναρτήσει της ηλεκτρικής αγωγιμότητας, της πίεσης και της θερμοκρασίας:

$$S = S\,(p,\, T,\, C) \qquad (1\text{-}16)$$

Μετρώντας λοιπόν την αγωγιμότητα, τη θερμοκρασία και την πίεση στο πεδίο, και εισάγοντας τις μετρήσεις αυτές στη μορφή (1-16) της καταστατικής εξίσωσης του θαλασσόνερου, εξάγουμε την τιμή της αλατότητας.

Στη δεκαετία του 1970 πρωτοεμφανίστηκαν, και στη δεκαετία του 1980 γενικεύτηκε η χρήση των ηλεκτρονικών οργάνων που μετρούν στο πεδίο αγωγιμότητα, θερμοκρασία και πίεση, και υπολογίζουν την αλατότητα. Όπως θα δούμε στην υδροστατική, η μέτρηση της πίεσης επιτρέπει έναν πολύ εύκολο και αξιόπιστο υπολογισμό του βάθους. Τα παραπάνω όργανα ονομάζονται πλέον CTD profilers, από τα αρχικά Conductivity-Temperature-Depth και αποτελούν τα πλέον διαδεδομένα και βασικότερα όργανα ωκεανογραφίας διεθνώς, αφού οι μετρήσεις τους παρέχουν τη δυνατότητα της πλήρους θερμοδυναμικής περιγραφής της υδάτινης στήλης.

Σχήμα 1.4 Τυπικό CTD της δεκαετίας του 1990, εξοπλισμένο με αντλίες κυκλοφορίας του νερού στους αισθητήρες.

Προτεινόμενη βιβλιογραφία στο κεφάλαιο 1:

Kundu, P. K., 1990: *Fluid Mechanics*. Academic Press, San Diego, California, U.S.A. (πολύ καλογραμμένο και σχετικά ευκολοδιάβαστο βιβλίο, που όμως απευθύνεται σε φοιτητές γενικά δυναμικής ρευστών με πολύ καλό μαθηματικό επίπεδο. Το μειονέκτημα είναι ότι ακριβώς λόγω του ότι απευθύνεται σε κοινό μεγαλύτερο από την ωκεανογραφική κοινότητα, δίνει πολύ περισσότερη πληροφορία απ' ό,τι μας χρειάζεται εδώ.)

Gill, A. E., 1982: Atmosphere – Ocean Dynamics. Academic Press, San Diego, California, U.S.A. (κατά τη γνώμη μου ένα από τα καλύτερα βιβλία εισαγωγής στην Ωκεανογραφία και Μετεωρολογία, χωρίς θυσίες στην ποιότητα. Το επίπεδο είναι υψηλότερο απ' το επίπεδο του παρόντος μαθήματος.)

2. *Υδροστατική*

Πριν να προχωρήσουμε στην ανάλυση των δυνάμεων που επηρεάζουν την κίνηση των γεωφυσικών ρευστών (ατμόσφαιρας και θάλασσας), θα πρέπει να εξετάσουμε την περίπτωση της ισορροπίας. Πηγαίνοντας πίσω στον Νεύτωνα, που διατύπωσε τους νόμους που διέπουν την κίνηση των σωμάτων στις ανθρώπινες κλίμακες, θα θυμηθούμε ότι ένα σώμα τείνει να διατηρήσει την κινητική του κατάσταση όταν δεν εξασκείται σ' αυτό καμία δύναμη (ή, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που εξασκούνται σ' αυτό είναι μηδενική). Μάλιστα, όταν λέμε ότι ένα σώμα διατηρεί την κινητική του κατάσταση (δηλαδή δεν επιταχύνεται), αυτό σημαίνει ότι πάντα μπορούμε να ορίσουμε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς (δηλαδή ένα μη επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς) ως προς το οποίο το σώμα είναι ακίνητο.

Έστω λοιπόν ένα ρευστό σε ισορροπία, στην επιφάνεια της γης. Αφού το ρευστό ισορροπεί (και άρα δεν επιταχύνεται), η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι μηδενική. Για δική μας ευκολία, συχνά αποφεύγουμε να εξετάζουμε διανυσματικά τις διάφορες δυναμικές ισορροπίες, αλλά εκφράζουμε την κάθε δύναμη σαν διανυσματικό άθροισμα των συνισταμένων της στον κάθε άξονα του χώρου και εξετάζουμε την ισορροπία στον κάθε άξονα χωριστά.

2.1 Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

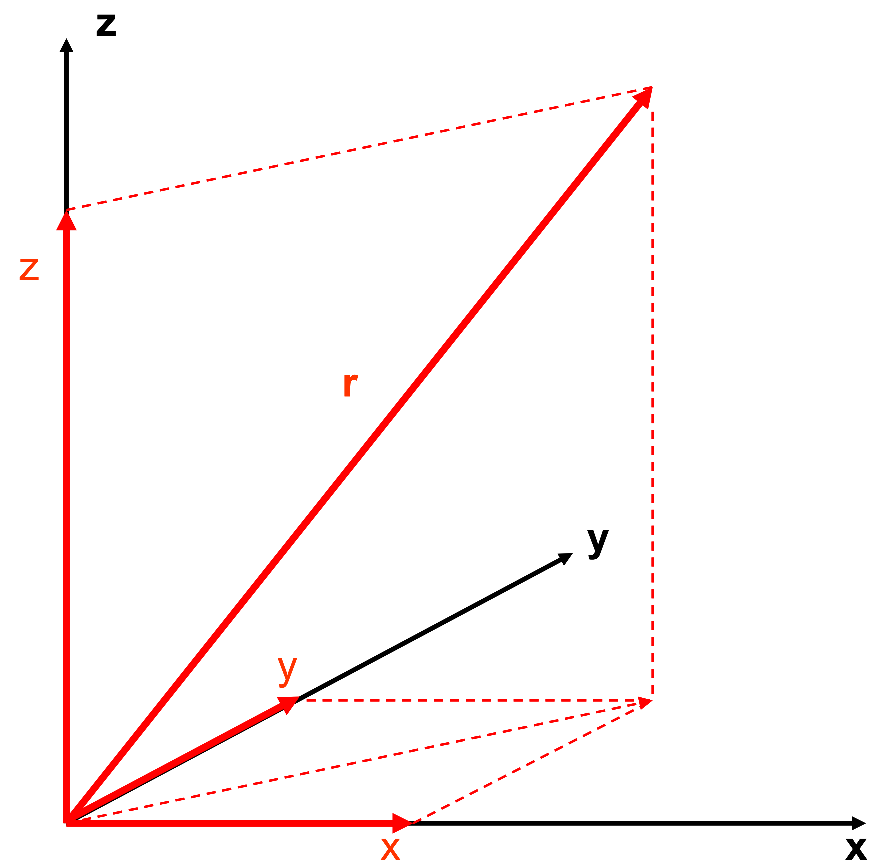
Στη φυσική των γεωφυσικών ρευστών (μετεωρολογία, φυσική ωκεανογραφία…) συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε τους εξής άξονες (Σχήμα 2.1). Ο άξονας των x βρίσκεται πάνω σε έναν γεωγραφικό παράλληλο, δηλαδή έχει διεύθυνση δυτική – ανατολική με κατεύθυνση προς τα ανατολικά (το x αυξάνει προς τα ανατολικά). Ο άξονας των y βρίσκεται πάνω σε έναν γεωγραφικό μεσημβρινό, δηλαδή έχει διεύθυνση νότια – βόρεια με κατεύθυνση προς τα βόρεια (το y αυξάνει προς τα βόρεια). Τέλος, ο άξονας των z είναι κατακόρυφος, με κατεύθυνση προς τα πάνω (το z αυξάνει προς τα πάνω), και συνήθως η αρχή του άξονα των z τίθεται στη μέση στάθμη θάλασσας. Όπως και στα περισσότερα συγγράμματα γεωφυσικής, έτσι και στη συνέχεια των σημειώσεων αυτών, οι άξονες θα θεωρείται ότι είναι ορισμένοι όπως παραπάνω.

Σχήμα 2.1 Η θέση του συστήματος των αξόνων μας πάνω στην υδρόγειο σφαίρα

Σε ένα τέτοιο Καρτεσιανό σύστημα αξόνων λοιπόν, η θέση ενός οποιουδήποτε σημείου στο χώρο μπορεί να περιγραφεί από ένα διάνυσμα $\vec{r}$, όπου το $\vec{r}$ ορίζεται πλήρως από τις τρεις συντεταγμένες του (x, y, z), οι οποίες ουσιαστικά αποτελούν τις προβολές του στους τρεις αντίστοιχους άξονες:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3\text{-}1),$$

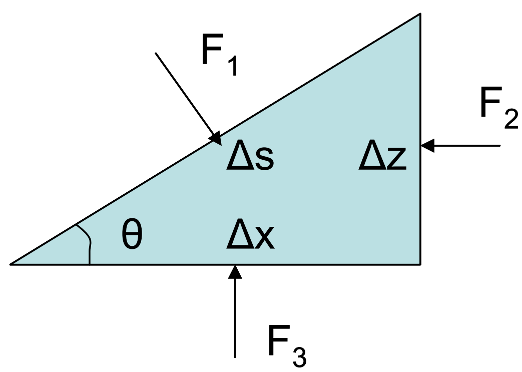
όπου τα $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ αντιπροσωπεύουν τα μοναδιαία διανύσματα κατά μήκος των αξόνων x, y και z αντίστοιχα (σχήμα 2.2).



Σχήμα 2.2 Προβολή ενός τυπικού διανύσματος της θέσης ενός υλικού σημείου στο σύστημα των αξόνων

2.2 Η πίεση σε ένα ρευστό σε ισορροπία.

Επιστρέφοντας λοιπόν σε ένα ρευστό που βρίσκεται σε ισορροπία, θα εφαρμόσουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για να δείξουμε ότι η πίεση σε όλα τα σημεία του ρευστού είναι η ίδια (στο ίδιο βάθος) προς όλες τις κατευθύνσεις. Έστω λοιπόν ένα απειροστά μικρό πρίσμα τριγωνικής διατομής, το οποίο βρίσκεται σε δυναμική ισορροπία, άρα, σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, στο πρίσμα δεν ασκείται καμμία δύναμη. Στη γενική όμως περίπτωση, και ιδιαίτερα στην περίπτωση που το πρίσμα μας είναι βυθισμένο στο νερό, οπότε ασκούνται πιέσεις σε κάθε επιφάνεια του πρίσματος, τότε είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που θα πρέπει να είναι μηδέν.



Σχήμα 2.3 Δυνάμεις ασκούμενες σε ένα τριγωνικό πρίσμα σε ισορροπία

Για δική μας ευκολία θα θεωρήσουμε ένα πρόβλημα δύο διαστάσεων, και μόνο τους άξονες x και z, ενώ το πάχος του πρίσματος στη διάσταση y είναι σταθερό, H (σχήμα 2.3). Έστω ότι το τρίγωνό μας είναι ορθογώνιο, και η πλευρά πάχους Δz είναι παράλληλη με τον άξονα z, ενώ η πλευρά Δx είναι παράλληλη με τον άξονα x. Στο τριγωνικό μας πρίσμα εξασκούνται οι δυνάμεις F_1 στην πλευρά Δs, F_2 στην πλευρά Δz και F_3 στην πλευρά Δx. Στο παρόν παράδειγμα θα θεωρήσουμε δυνάμεις που ασκούνται *κάθετα* στην επιφάνεια, καθώς η δύναμη που ασκείται παράλληλα σε μια επιφάνεια σε ένα ρευστό (ή *διατμητική τάση*) είναι αποτέλεσμα της τριβής, δηλαδή αποτέλεσμα ροής παράλληλης με την επιφάνεια, άρα δεν συνάδει με ένα ρευστό σε ισορροπία.

Για να εφαρμόσουμε το νόμο του Νεύτωνα θα εξετάσουμε την ισορροπία δυνάμεων στους άξονες x και y. Στον άξονα x, ισορροπούν η «οριζόντια» συνιστώσα της δύναμης F_1 που ασκείται στην υποτείνουσα πλευρά Δs (δηλαδή η συνιστώσα με μέτρο F_1 ημθ) και η F_2, ενώ στη διεύθυνση του άξονα z ισορροπούν οι «κατακόρυφη» συνιστώσα F_1 συνθ και η F_3:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{F_1}\eta\mu\theta &= \mathbf{F_2} \\ \mathbf{F_1}\sigma\upsilon\nu\theta &= \mathbf{F_3} \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}1)$$

Από τον ορισμό όμως της πίεσης (που είναι δύναμη ανα μονάδα επιφάνειας), δηλαδή p = F/S, έχουμε ότι αν η πίεση που ασκείται στην επιφάνεια HΔs είναι p_1, η πίεση που ασκείται στην επιφάνεια HΔx είναι p_3, και η πίεση που ασκείται στην επιφάνεια HΔz είναι p_2, η (2-1) μπορεί να γραφτεί σαν

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{H\Delta s p_1}\eta\mu\theta &= \mathbf{H\Delta z p_2} \\ \mathbf{H\Delta s p_1}\sigma\upsilon\nu\theta &= \mathbf{H\Delta x\, p_3} \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}2).$$

Όμως από τη γεωμετρία του ορθογώνιου τριγώνου προκύπτει ότι Δs συνθ = Δx, και Δs ημθ = Δz, άρα από την (2-2) έχουμε ότι

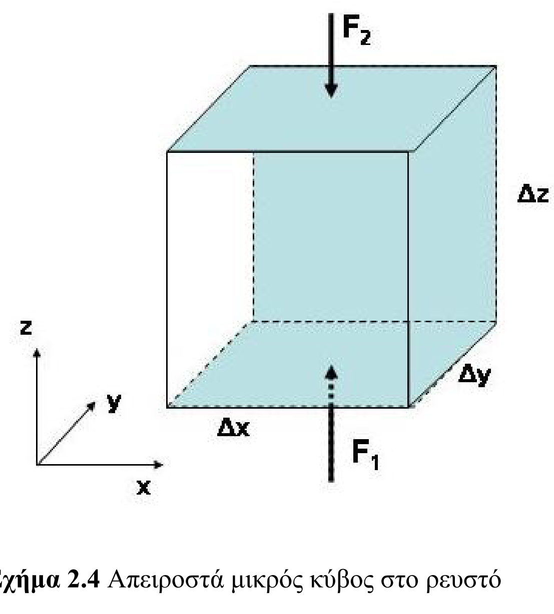
$$\mathbf{p_1 = p_2 = p_3} \qquad (2\text{-}3)$$

Άρα, η πίεση σε ένα ρευστό σε ισορροπία είναι σταθερή και ίδια προς όλες τις κατευθύνσεις (στο ίδιο βάθος). Η υπενθύμιση ότι μιλάμε για σταθερό βάθος προέρχεται από το γεγονός ότι το τριγωνικό πρίσμα που θεωρήσαμε ήταν απειροστά μικρό, και έτσι (καθώς $\Delta z \to 0$) δεν συνυπολογίσαμε στην ισορροπία κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα το βάρος του ρευστού μέσα στο πρίσμα.

Άρα λοιπόν, σε ένα ρευστό σε ισορροπία, η πίεση που ασκείται δεν έχει προτιμούμενη διεύθυνση και (σε σταθερό βάθος) είναι κοινή προς όλες τις διευθύνσεις.

2.3 Υδροστατική πίεση.

Ποια είναι όμως η κατανομή της πίεσης με το βάθος; Για να το διερευνήσουμε αυτό, πρέπει να θεωρήσουμε ένα στοιχειώδη κύβο πλευρών Δx = Δy = Δz (σχήμα 2.4). Όσον αφορά τις κατακόρυφες πλευρές, ΔyΔz και ΔxΔz, η ισορροπία σημαίνει απλά ότι η πίεση είναι σταθερή σε συγκεκριμένο βάθος, οπότε η δύναμη που ασκείται λόγω της πίεσης σε μια πλευρά θα εξισορροπείται από την ίση και



Σχήμα 2.4 Απειροστά μικρός κύβος στο ρευστό

αντίθετη δύναμη που θα ασκείται στην απέναντι πλευρά.
Στην κατακόρυφο όμως, το ότι η κάτω πλευρά, ΔxΔy, που βρίσκεται σε βάθος $z = z_1$, δεν επιταχύνεται, σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται προς τα κάτω ισούται με την ανοδική δύναμη. Προς τα κάτω ασκείται το άθροισμα δύο δυνάμεων, της δύναμης F_2 λόγω πίεσης στην πάνω επιφάνεια, που βρίσκεται σε βάθος $z_2 = z_1 + \Delta z$, και του βάρους B του νερού του δεδομένου κύβου. Προς τα πάνω ασκείται η δύναμη F_1 λόγω της πίεσης στην κάτω επιφάνεια. Έχουμε λοιπόν, αν ρ είναι η πυκνότητα του νερού:

$$\mathbf{F_1 - F_2 - B = 0} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{p(z_1)\Delta x\Delta y - p(z_2)\Delta x\Delta y - \rho\Delta Vg = 0} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{p(z_1)\Delta x\Delta y - p(z_1 + \Delta z)\Delta x\Delta y - \rho g\Delta x\Delta y\Delta z = 0} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{p(z_1) - p(z_1 + \Delta z) - \rho g\Delta z = 0} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{p(z_1 + \Delta z) - p(z_1)}{\Delta z} = -\rho g} \Rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{\Delta p}{\Delta z} = -\rho g} \Rightarrow \qquad \text{(για } \Delta z \to 0\text{)}$$

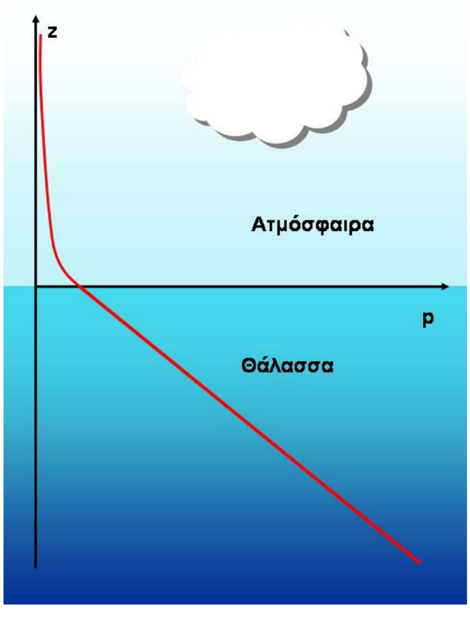
$$\mathbf{\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g} \qquad (2\text{-}4),$$

όπου $g \sim 9.81$ m s^{-2} η επιτάχυνση της βαρύτητας.
Αν θέλουμε να υπολογίσουμε την πίεση κάποιο δεδομένο βάθος $z = z_1$, δεν έχουμε παρά να ολοκληρώσουμε κατακόρυφα την (2-4), από ένα βάθος αναφοράς γνωστής πίεσης μέχρι το βάθος $z = z_1$. Συνήθως η έναρξη της ολοκλήρωσης είναι στην επιφάνεια της θάλασσας, $z = 0$, όπου η πίεση ισούται με την ατμοσφαιρική πίεση p_a. Έχουμε λοιπόν, από την (2-4):

$$\mathbf{\int_{p_a}^{p(z_1)} dp = -\int_{z=0}^{z=z_1} \rho g\, dz} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{p(z_1) = p_a - \int_{z=0}^{z=z_1} \rho g\, dz} \qquad (2\text{-}5)$$

Στην περίπτωση της ατμόσφαιρας, που ως μείγμα αερίων είναι συμπιεστή, η πυκνότητα είναι ισχυρή συνάρτηση του ύψους z, και έτσι δεν μπορεί να βγεί εκτός του ολοκληρώματος. Το αποτέλεσμα είναι ότι η πίεση στην ατμόσφαιρα μειώνεται εκθετικά με την αύξηση του ύψους.
Αντίθετα, η θάλασσα, ως ρευστό, είναι σχεδόν ασυμπίεστη. Πραγματικά, η πυκνότητα του θαλασσόνερου κυμαίνεται από περίπου 1020 kgr m^{-3} σε πίεση μιάς ατμόσφαιρας έως περίπου 1055 kgr m^{-3} σε

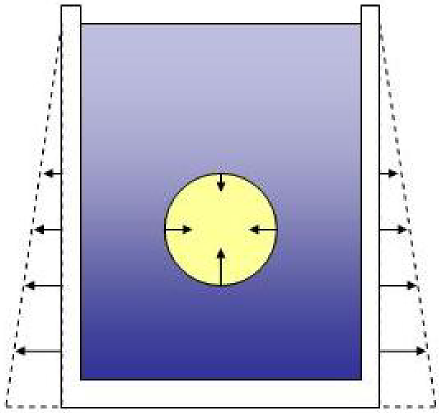


Σχήμα 2.5 Εκθετική και γραμμική αύξηση της πίεσης στην ατμόσφαιρα και τον ωκεανό αντίστοιχα

βάθος 5 χιλιομέτρων, σε πίεση δηλαδή περίπου 500 ατμοσφαιρών, δηλαδή το θαλασσόνερο παρουσιάζει μια συμπίεση 3% σε 2.5 τάξεις μεγέθους μεταβολής της πίεσης. Με πολύ μικρό λοιπόν σφάλμα, μπορούμε, για τον υπολογισμό της υδροστατικής πίεσης σε κάποιο βάθος z_1, να θεωρούμε την πυκνότητα ομογενή με το βάθος. Τότε, η (2-5) γίνεται

$$p(z_1) = p_a - \rho g z_1 \qquad (2\text{-}6).$$

Γίνεται λοιπόν σαφές ότι η αύξηση της πίεσης με το βάθος είναι περίπου γραμμική στη θάλασσα, ενώ εκθετική στην ατμόσφαιρα, λόγω του συμπιεστού χαρακτήρα της τελευταίας και του ασυμπίεστου της θάλασσας. Η πίεση στη θάλασσα μετριέται σε dbar: Ένα bar αντιστοιχεί στην πίεση μιας ατμόσφαιρας. Ένα dbar αντιστοιχεί σε υδροστατική πίεση στήλης νερού ύψους ενός μέτρου. Έτσι, σε βάθος 500 μέτρα η υδροστατική πίεση είναι περίπου 500 dbar.



Σχήμα 2.6 Κατανομή πίεσης σε ένα σφαιρικό σώμα βυθισμένο σε υγρό

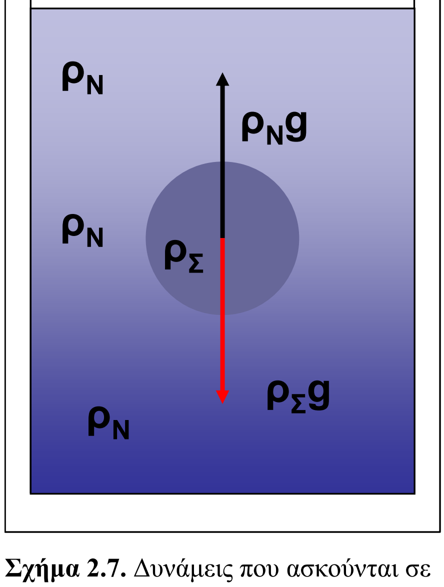
Όπως φαίνεται λοιπόν και στο σχήμα 2.6, σε ένα πεπερασμένου όγκου σώμα βυθισμένου σε ένα υγρό θα ασκείται υδροστατική πίεση που θα αυξάνεται γραμμικά με το βάθος. Ενώ στις οριζόντιες πλευρές φαίνεται ότι υπάρχει μια εξισορρόπηση των δυνάμεων, με αποτέλεσμα το σώμα να μην επιταχύνεται ούτε προς τα δεξιά ούτε προς τα αριστερά, στην κατακόρυφο είναι φανερό ότι οι πιέσεις που ασκούνται στο κάτω μέρος του σώματος προς τα πάνω είναι μεγαλύτερες απ' ό,τι αυτές που ασκούνται στο πάνω μέρος προς τα κάτω. Το συνολικό αποτέλεσμα λοιπόν, που έχει η επίδραση της υδροστατικής πίεσης σε ένα βυθισμένο σώμα πεπερασμένου όγκου, είναι μια ανοδική δύναμη που είναι γνωστή με το όνομα άνωση (και, πιο σπάνια, πλευστότητα).

2.4 Η αρχή του Αρχιμήδους.

Την δύναμη της άνωσης μπόρεσε να εξηγήσει και ποσοτικοποιήσει για πρώτη φορά ο Έλληνας μηχανικός Αρχιμήδης που ζούσε στις Συρακούσες στην Ελληνιστική εποχή. Προσπαθώντας να λύσει ένα πρόβλημα νοθείας μετάλλων, ο Αρχιμήδης ανακάλυψε ότι **η ανοδική δύναμη που εξασκείται στα βυθισμένα σώματα ισούται με το βάρος του νερού που εκτοπίζουν**. Αν δηλαδή, ένα σώμα όγκου V είναι βυθισμένο σε νερό πυκνότητας ρ_N, ασκείται συνολικά μια ανοδική δύναμη προς το σώμα με μέτρο $\rho_N V g$ (όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας):

Άνωση: $$F_A = +\rho_N V g \qquad (2\text{-}7)$$

Το θετικό πρόσημο δηλώνει ότι η δύναμη ασκείται με φορά προς τα πάνω, σύμφωνα με τον σύστημα αξόνων που ορίσαμε παραπάνω.



Σχήμα 2.7. Δυνάμεις που ασκούνται σε βυθισμένο σώμα στο νερό.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι αν η πυκνότητα του νερού είναι μεταβλητή με το βάθος, δηλαδή αν $\rho_N = \rho_N(z)$, τότε προφανώς και η άνωση που ασκείται στο σώμα εξαρτάται από το βάθος στο οποίο αυτό βρίσκεται.
Η άνωση δεν είναι όμως η μόνη δύναμη που ασκείται στο βυθισμένο σώμα. Παράλληλα με την άνωση, το σώμα έχει κάποια μάζα, $m = \rho_\Sigma V$, όπου ρ_Σ η πυκνότητα του σώματος. Λόγω της μάζας του, η γή έλκει το σώμα με τη δύναμη που λέγεται βάρος του σώματος:

Βάρος: $$F_B = -\rho_\Sigma V g \tag{2-8}$$

Η συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα θα είναι η συνισταμένη βάρους και ανώσεως, δηλαδή το διανυσματικό άθροισμα των δύο δυνάμεων:

$$F = \rho_A V g - \rho_\Sigma V g = (\rho_A - \rho_\Sigma) V g \tag{2-9}$$

και η δύναμη ανά μονάδα όγκου θα είναι

$$F = (\rho_A - \rho_\Sigma) g \tag{2-10}$$

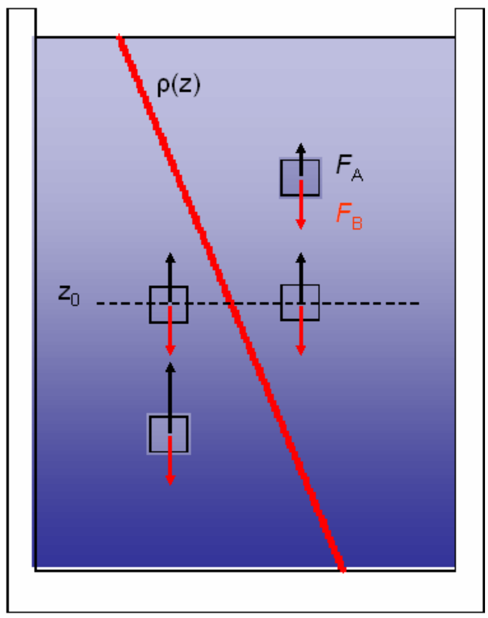
Αν η πυκνότητα του βυθισμένου σώματος είναι μεγαλύτερη της πυκνότητας του νερού στο συγκεκριμένο βάθος, τότε η συνολική δύναμη ανά μονάδα όγκου που ασκείται στο σώμα θα έχει αρνητικό πρόσημο (υπενθύμιση: εξετάζουμε την ισορροπία δυνάμεων στον άξονα των z) και άρα θα έχει φορά προς τα κάτω, θα τείνει δηλαδή να βυθίσει περισσότερο το σώμα. Αντίθετα, αν $\rho_A > \rho_\Sigma$, τότε η συνολική δύναμη θα είναι ανοδική, θα σπρώχνει το σώμα προς τα πάνω.

2.5 Στατική μη συμπιεστών ρευστών.

Είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο ότι η βασική διαφορά μεταξύ υγρών και αερίων είναι ότι τα αέρια είναι συμπιεστά αέρια, ενώ τα υγρά είναι σχεδόν μη συμπιεστά. Βασισμένοι στην αρχή του Αρχιμήδη θα εξετάσουμε την ευστάθεια ενός ρευστού που θα θεωρήσουμε κατ' αρχήν μη συμπιεστό, δηλαδή ένα ρευστό του οποίου η πυκνότητα (σε σταθερή θερμοκρασία και σύσταση) παραμένει σταθερή όταν η πίεση μεταβάλλεται. Λέμε τότε ότι το ρευστό έχει μηδενική συμπιεστότητα:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T = 0$$

Έστω λοιπόν ένα μη συμπιεστό ρευστό, αυξανόμενης με το βάθος πυκνότητας ρ=ρ(z). Έστω σε βάθος z_o ισορροπεί μια μικρή ποσότητα του ρευστού, πυκνότητας $\rho(z_o)$, την οποία για ευκολία θα αποκαλέσουμε «πακέτο». Αν για κάποιο λόγο το «πακέτο» μετακινηθεί κατακόρυφα (και αδιαβατικά, δηλαδή χωρίς να ανταλλάξει θερμότητα με το περιβάλλον του) από τη θέση ισορροπίας του, η πυκνότητά του δεν θα αλλάξει παρόλο που θα αλλάξει η πίεσή του βάσει της υδροστατικής εξίσωσης, αφού υποθέσαμε ότι το ρευστό μας είναι ασυμπίεστο.

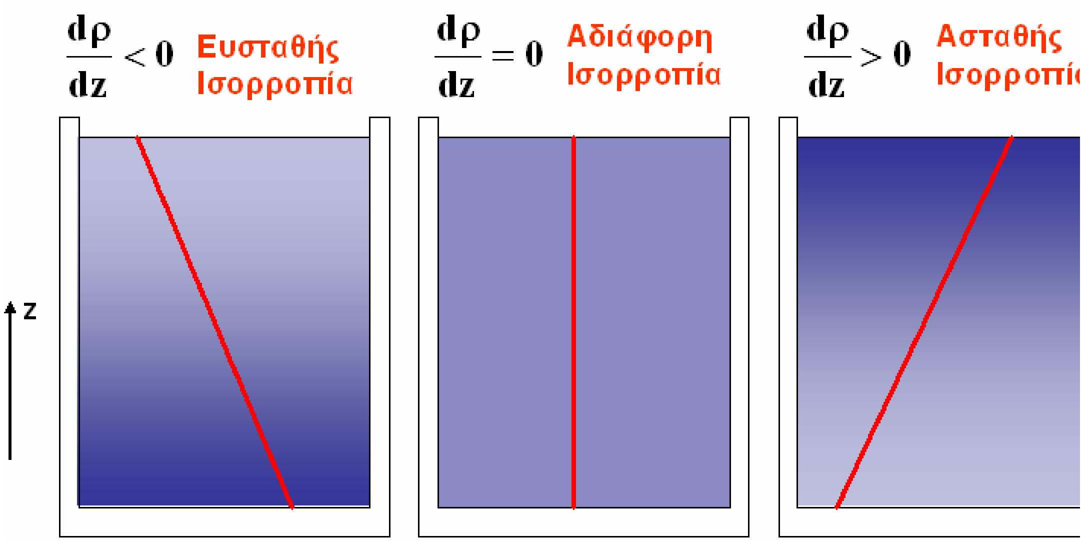


Σχήμα 2.8. Δυνάμεις σε «πακέτο» νερού που φεύγει από τη θέση ισορροπίας του

Αν το «πακέτο» μετακινηθεί προς τα πάνω, θα βρεθεί σε πιο αραιά νερά, και η πυκνότητά του θα είναι μεγαλύτερη από τα νερά που το περιτριγυρίζουν (σχήμα 2.8). Εφαρμόζοντας την αρχή του Αρχιμήδη, θα ισχύει η (2-10), αντικαθιστώντας την πυκνότητα ρ_Σ με την πυκνότητα του πακέτου ρ_o. Έτσι, η συνολική δύναμη που θα ασκείται στο «πακέτο» θα έχει φορά προς τα κάτω, αφού η άνωση θα έχει γίνει μικρότερη από το βάρος του.
Αν αντίθετα, το «πακέτο» μετακινηθεί προς τα κάτω, θα βρεθεί σε πυκνότερα νερά, και η άνωση θα γίνει πιο μεγάλη από το βάρος του, με συνέπεια η συνολική δύναμη να έχει φορά προς τα πάνω.

Όταν λοιπόν $\frac{d\rho}{dz} < 0$, δηλαδή η πυκνότητα αυξάνεται με το βάθος (ή, μειώνεται με το ύψος), αν ένα «πακέτο» νερού μετακινηθεί από τη θέση ισορροπίας τότε ο συνδυασμός άνωσης και βάρους θα τείνει πάντα να το επαναφέρει στην αρχική θέση ισορροπίας, εκεί δηλαδή όπου η πυκνότητά του ισούται με την πυκνότητα του περιβάλλοντος ρευστού. Τότε λέμε ότι η ισορροπία της στήλης είναι ευσταθής.

Αντίστοιχα, όταν $\frac{d\rho}{dz} > 0$, αν ένα «πακέτο» ρευστού μετακινηθεί από τη θέση ισορροπίας τότε ο συνδυασμός άνωσης και βάρους θα τείνουν να το απομακρύνουν ακόμα περισσότερο από τη θέση ισορροπίας του, οπότε η ισορροπία είναι ασταθής. Τέλος, όταν $\frac{d\rho}{dz} = 0$, τότε το «πακέτο» ισορροπεί σε οποιοδήποτε βάθος στο ρευστό, οπότε η ισορροπία ονομάζεται αδιάφορη (σχήμα 2.9).



Σχήμα 2.9 Κριτήριο στατικής ισορροπίας σε μη συμπιεστό ρευστό.

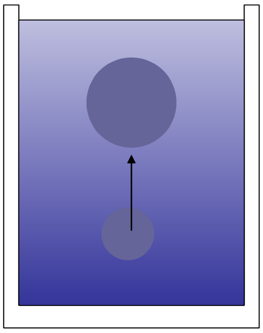
Στην ωκεανογραφία, στην πράξη δε χρησιμοποιείται η πυκνότητα ρ, αλλά η $\sigma_{S,T,p}$ που ορίζεται ως εξής:

$$\sigma_{S,T,p} \equiv \rho_{S,T,p} - 1000$$

Ο λόγος είναι ότι η πυκνότητα στη θάλασσα κυμαίνεται ουσιαστικά στο τέταρτο σημαντικό ψηφίο, δηλαδή από 1020 kg m^{-3} μέχρι 1030 kg m^{-3}, οπότε για συντομία χρησιμοποιείται αντί π.χ. για $\rho_{S,\,T,\,p} = 1027.3$ kg m^{-3}, το ισοδύναμο μέγεθος $\sigma_{S,\,T,\,p} = 27.3$ kg m^{-3}.

Συχνά, για πρακτικούς λόγους, χρησιμοποιούμε το μέγεθος σ_t, που ορίζεται σαν η πυκνότητα που αντιστοιχεί σε *in situ* θερμοκρασία και αλατότητα, και ατμοσφαιρική πίεση.

$$\boldsymbol{\sigma_t \equiv \rho_{S,\,T,\,0} - 1000}$$



Σχήμα 2.10. Ποσότητα συμπιεστού υγρού που ανέρχεται στη στήλη υγρού. Ανεβαίνοντας, το υγρό διαστέλλεται και άρα μειώνεται η πυκνότητά του.

2.6 Στατική συμπιεστών ρευστών.

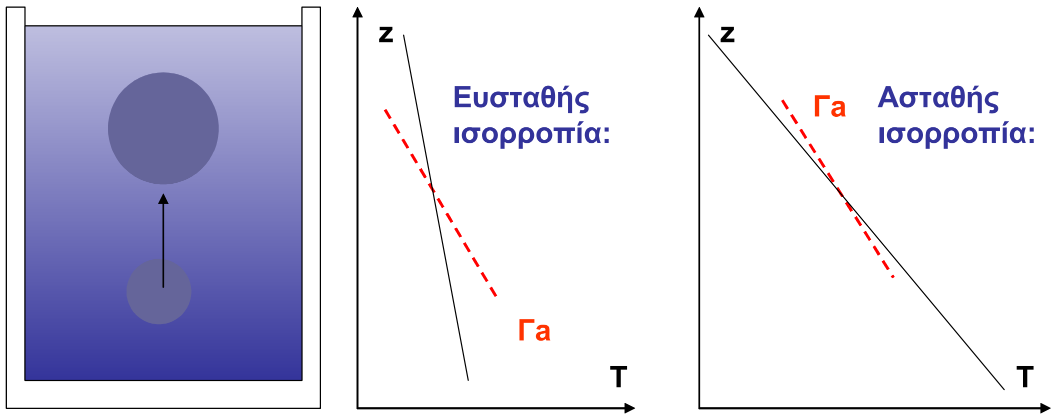
Στην πραγματικότητα, κανένα ρευστό δεν είναι πλήρως μη συμπιεστό. Γενικά, μια από τις βασικές διαφορές αερίων και υγρών είναι ότι τα αέρια είναι συμπιεστά και τα υγρά ασυμπίεστα – παρ' όλ' αυτά, τα υγρά παρουσιάζουν μια μικρή συμπιεστότητα. Για παράδειγμα, η συμπιεστότητα του νερού είναι τόσο μικρή που στη θάλασσα αρχίζει να είναι σημαντική όταν οι μεταβολές της πυκνότητας είναι της τάξης των 500 dbar, δηλαδή αντιστοιχούν σε 500 μέτρα κατακόρυφων μετακινήσεων.
Έστω μια ποσότητα νερού που ανεβαίνει σε μικρότερο βάθος. Εάν το ρευστό είναι συμπιεστό, η ποσότητα θα διασταλεί (και θα πέσει λίγο η θερμοκρασία του), αφού θα βρεθεί σε μικρότερη πίεση. Εφ' όσον λοιπόν η ίδια μάζα ρευστού διαστελλόμενη θα καταλάβει μεγαλύτερο όγκο, και άρα θα μειωθεί και η πυκνότητά της.
Ακόμα και εάν $dp/dz < 0$ στο εσωτερικό του ρευστού, το εάν η ποσότητα θα είναι βαρύτερη ή ελαφρύτερη από το περιβάλλον της στη νέα της θέση θα εξαρτηθεί από το ρυθμό αδιαβατικής μεταβολής της πυκνότητας με την πίεση. Ο χαρακτηρισμός αδιαβατική για μια θερμοδυναμική διεργασία υποδηλώνει την μη ανταλλαγή θερμότητας του συστήματος με το περιβάλλον του.
Ο ρυθμός αδιαβατικής μεταβολής της θερμοκρασίας Γ (και άρα και της πυκνότητας) με την πίεση εξάγεται από την καταστατική εξίσωση του κάθε ρευστού. Η μεταβολή λοιπόν της θερμοκρασίας ενός ρευστού που αλλάζει το βάθος του κατά dz θα είναι:

$$dT = -\Gamma_a \, dz \qquad (2\text{-}11)$$

, όπου

$$\Gamma_a = \frac{ga}{c_p} T \qquad (2\text{-}12).$$

Στη (2-12), με α συμβολίζεται ο συντελεστής θερμικής διαστολής και με c_p η ειδική θερμότητα σε σταθερή πίεση.
Αν η μεταβολή της θερμοκρασίας (και συνεπακόλουθα τη πυκνότητας) με το βάθος στο περιβάλλον είναι μεγαλύτερη του ρυθμού αδιαβατικής μεταβολής Γ_a, τοτε η ισορροπία είναι ασταθής (σχήμα 2.11):



Σχήμα 2.2 Ευσταθής και ασταθής ισορροπία σε συμπιεστό ρευστό. Όταν η ποσότητα του ρευστού ανέρχεται, η θερμοκρασία του θα μειωθεί ανάλογα με το ρυθμό αδιαβατικής μεταβολής της πυκνότητας με την πίεση (Γ_{α}), συμβολιζόμενο από τη διακεκομμένη γραμμή. Αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος ρευστού (συνεχής γραμμή) μειώνεται με τη μείωση του βάθους πιο αργά από Γ_{α}, το ρευστό θα βρεθεί σε θερμότερα (άρα ελαφρύτερα) νερά, και η συνισταμένη δύναμη που θα ασκηθεί πάνω του θα τείνει να το επαναφέρει στη θέση ισορροπίας (ευσταθής ισορροπία). Στην αντίθετη περίπτωση, έχουμε ασταθή ισορροπία.

Για τη διευκόλυνση των αναλύσεων και υπολογισμών χωρίς να απαιτείται κάθε φορά να λαμβάνεται υπόψη ο ρυθμός αδιαβατικής μεταβολής της θερμοκρασίας με την πίεση, οι φυσικοί της ατμόσφαιρας και του ωκεανού χρησιμοποιούν την έννοια της δυναμικής θερμοκρασίας.

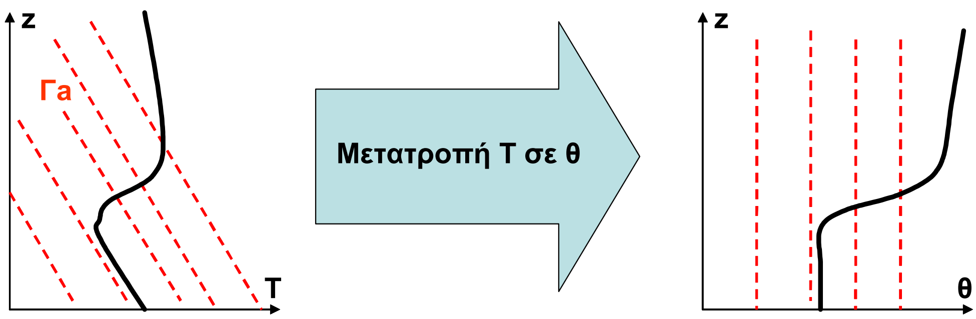
Η δυναμική θερμοκρασία, είναι η θερμοκρασία που θα αποκτήσει μια ποσότητα ρευστού που βρίσκεται σε πίεση p, αν ανέλθει ή κατέλθει αδιαβατικά σε μια άλλη πίεση αναφοράς p_r. Η εισαγωγή της έννοιας της δυναμικής θερμοκρασίας είναι πολύ σημαντική για την ωκεανογραφία, γιατί όπως θα δείξουμε παρακάτω, η δυναμική θερμοκρασία είναι ένα μέγεθος διατηρητικό και μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ενδεικτικό της προέλευσης μιάς υδάτινης μάζας. Αναγωγή της θερμοκρασίας σε κάποια πίεση αναφοράς επιτρέπει την εύκολη πραγματοποίηση συγκρίσεων των υδρογραφικών χαρακτηριστικών μαζών από διαφορετικά βάθη.

$$\theta = \theta(T, p, p_r) \qquad (2\text{-}14)$$

Η εισαγωγή της δυναμικής θερμοκρασίας επιτρέπει και τον αντίστοιχο ορισμό της δυναμικής πυκνότητας:

$$\sigma_\theta = \sigma(\theta, S, p_r) = \rho(\theta, S, p_r) - 1000 \qquad (2\text{-}15)$$

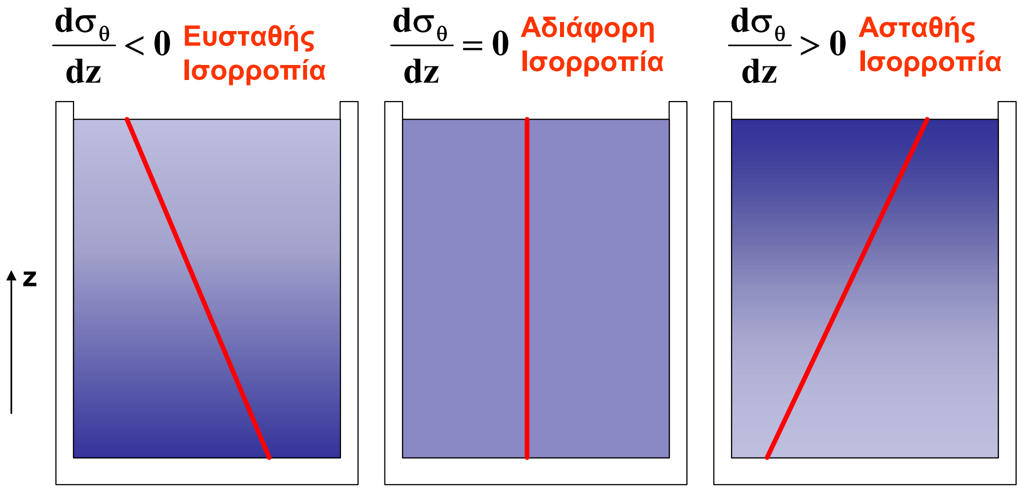
Συνήθως στην ωκεανογραφία χρησιμοποιούμε σαν πίεση αναφοράς αυτήν της



Σχήμα 2.3 Μετατροπή προφίλ θερμοκρασίας *in-situ* σε δυναμική θερμοκρασία. Παρατηρούμε την ύπαρξη τριών στρωμάτων, ενός ασθενώς ευσταθούς ισορροπίας, ενός ισχυρά ευσταθούς ισορροπίας, και ενός αδιάφορης ισορροπίας (από πάνω προς τα κάτω).

επιφάνειας της θάλασσας. Μετατροπή των κατακόρυφων κατανομών θερμοκρασίας σε δυναμική θερμοκρασία, καταργεί την ανάγκη σύγκρισης της κλίσης dT/dz με την κλίση της αδιαβατικής μεταβολής Γ_a, επιτρέποντας την ταύτιση του κατακορύφως ομογενούς προφίλ με την αδιάφορη στατική ισορροπία (σχήμα 2.12):

Έτσι, η εισαγωγή της έννοιας της δυναμικής πυκνότητας, επιτρέπει την επέκταση του κριτηρίου ευστάθειας της θαλάσσιας (ή ατμοσφαιρικής) στήλης που εμφανίζεται στο σχήμα 2.9, σε συμπιεστά ρευστά, με την απλή αντικατάσταση της in-situ πυκνότητα ρ ή $\sigma_{t, S, p}$ από την δυναμική πυκνότητα $\sigma_{\theta, S, pr}$ (σχήμα 2.13).



Σχήμα 2.4 Κριτήριο στατικής ισορροπίας σε συμπιεστό ρευστό.

<u>Άσκηση 2.1.</u>
Έστω ότι σχεδιάζετε να ποντίσετε ένα ρευματογράφο για να μετρήσετε ρεύματα σε μεγάλο βάθος. Ο ρευματογράφος είναι κυλινδρικός, ύψους ενός μέτρου και διαμέτρου 20 cm, η δε μάζα του είναι 25 kg. Για την αναγκαία άνωση, έχετε στη διάθεσή σας ένα σφαιρικό πλωτήρα μάζας 10 kg και διαμέτρου μισού μέτρου. Το σχοινί που θα χρησιμοποιήσουμε ζυγίζει συνολικά 5 kg. Ποιά είναι η ελάχιστη μάζα της απαιτούμενης αγκύρωσης ώστε να μην επιπλέει το αγκυροβόλιο;

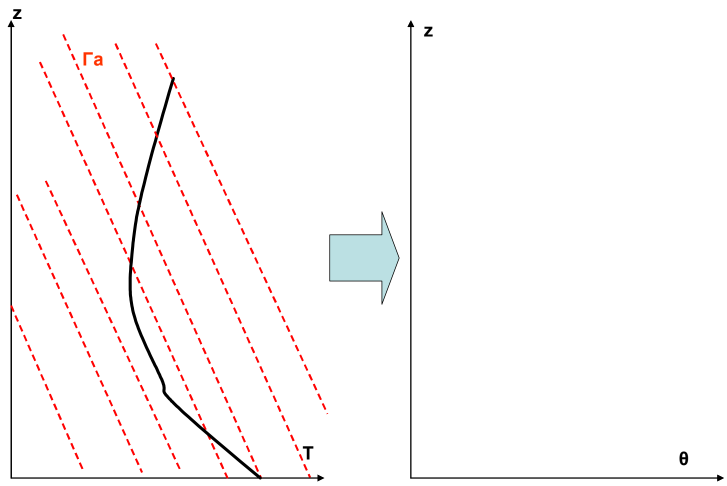
<u>Άσκηση 2.2.</u>
Έστω ότι στη χαμένη Ατλαντίδα, σε βάθος 100 μέτρων, υπάρχει μια αίθουσα με δάπεδο από ένα υλικό εντελώς λείο, οριζόντιο και χωρίς πόρους, πάνω στο οποίο δεν υπάρχει ούτε βιοαπόθεση ούτε καθίζηση. Έστω ότι το Ε/Σ «ΘΕΤΙΣ» του ΕΛΚΕΘΕ, που μόλις έχει ανακαλύψει τη χαμένη Ατλαντίδα, εναποθέτει πάνω σε πλήρη επαφή με αυτό το δάπεδο μιά κυλινδρική αγκύρωση από ένα τέλειο γυάλινο κύλινδρο (με μια βάση προς τα κάτω), διαμέτρου ενός μέτρου, ύψους δέκα εκατοστών και μάζας δέκα κιλών. Ποιά η άνωση που θα ασκείται στον κύλινδρο; (δεχτείτε πυκνότητα θαλασσόνερου 1025 kg m^{-3})

<u>Άσκηση 2.3</u>.
Ποιο είναι το μέγιστο βάρος που μπορεί να σηκώσει μια ιδανική βεντούζα διαμέτρου 5 εκατοστών στον αέρα; Στο νερό, σε δέκα μέτρα βάθος; Σε 1000 μέτρα βάθος;

<u>Άσκηση 2.4.</u>
Έστω ένα ένας κύβος μάζας 100 τόνων και ακμής 10 μέτρων, βυθισμένος σε βάθος 400 μέτρων. Αν χρησιμοποιήσουμε γερανό με βεντούζα διαμέτρου ενός μέτρου για να

το ανελκύσουμε, μέχρι τι βάθος θα μπορούμε να το ανασύρουμε; Αν η μάζα του κύβου είναι 1200 τόνοι;

<u>Άσκηση 2.5.</u> *Έστω η κατακόρυφη μεταβολή της in situ θερμοκρασίας T (χοντρή μαύρη γραμμή). Οι διακεκομμένες γραμμές αναπαριστούν την αδιαβατική θερμοβαθμίδα στη θάλασσα. Αν θεωρήσουμε ότι η αλατότητα είναι ομογενής κατακόρυφα, τι συνάγετε για την κατακόρυφη ευστάθεια της στήλης; Δείξτε στον άξονα του βάθους σε ποια στρώματα μπορούμε να χωρίσουμε τη στήλη ανάλογα με την ευστάθειά της. Σχεδιάστε στο διπλανό, κενό σχήμα δεξιά, πως (ποιοτικά) θα μεταβάλλεται η δυναμική θερμοκρασία θ με το βάθος.*



Προτεινόμενη Βιβλιογραφία στο κεφάλαιο 2:

Gill, A. E., 1982: Atmosphere – Ocean Dynamics. Academic Press, San Diego, California, U.S.A. (Το αντικείμενο αναπτύσσεται με μαθηματική αυστηρότητα και είναι πολύ πληρέστερο από τις παρούσες σημειώσεις, ιδίως στις θερμοδυναμικές σχέσεις.)

Kundu, P. K., 1990: *Fluid Mechanics*. Academic Press, San Diego, California, U.S.A. (και πάλι, το θέμα αναπτύσσεται πολύ πιο εκτεταμένα απ' ό,τι στις παρούσες σημειώσεις.)

Και τα δύο βιβλία βρίσκονται στη βιβλιοθήκη του Πανεπιστημίου στη Μυτιλήνη.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Κατακόρυφη κατανομή θερμοκρασίας και δυναμικής θερμοκρασίας από τυπικό σταθμό CTD στο Βόρειο Αιγαίο (δεδομένα ΕΛ.ΚΕ.Θ.Ε.)

Σχήμα 2.5 In-situ θερμοκρασία T (λευκή καμπύλη) και δυναμική θερμοκρασία θ (κόκκινη καμπύλη) όπως καταγράφηκαν σε τυπικό σταθμό του Βορείου Αιγαίου. Παρατηρείστε τη σημαντική απόκλιση των δύο καμπυλών κάτω από τα 500 dbar. Επίσης, παρατηρείστε το αντίστροφο θερμοκλινές των ανώτερων 150 μέτρων, δηλωτικό του κυρίαρχου ρόλου της χαμηλής αλατότητας των νερών της Μαύρης Θάλασσας στα επιφανειακά στρώματα του Βόρειου Αιγαίου.

Κατακόρυφη κατανομή πυκνότητας και δυναμικής πυκνότητας από τον ίδιο σταθμό CTD του σχήματος (2-14) στο Βόρειο Αιγαίο (δεδομένα ΕΛ.ΚΕ.Θ.Ε.)

Σχήμα 2.6 In-situ πυκνότητα σ_t (λευκή καμπύλη) και δυναμική πυκνότηταα σ_θ (κόκκινη καμπύλη) όπως καταγράφηκαν σε τυπικό σταθμό του Βορείου Αιγαίου. Παρατηρείστε τη σημαντική απόκλιση των δύο καμπυλών κάτω από τα 500 dbar.

3. *Η θαλάσσια στάθμη*

3.1 Η μέση θαλάσσια στάθμη.

Συνηθίζεται, από την εμπειρία μας και από την Μηχανική, να θεωρούμε ότι η επιφάνεια των ρευστών ορίζει το «οριζόντιο» επίπεδο, και άρα (βάσει και της αρχής των συγκοινωνούντων δοχείων) συνηθίζουμε να θεωρούμε ότι η επιφάνεια της θάλασσας είναι πάντα οριζόντια. Είδαμε όμως στα προηγούμενα κεφάλαια, ότι η ύπαρξη ρευμάτων, όπως τα βαροτροπικά γεωστροφικά ρεύματα, ή των επιφανειακών κυμάτων, συντηρούνται από οριζόντιες βαθμίδες πίεσης που προκαλούνται από κλίση της επιφάνειας της θάλασσας, είτε σταθερή (στην περίπτωση των ρευμάτων) είτε μεταβαλλόμενη (στην περίπτωση των κυμάτων). Η επιφάνεια της θάλασσας, λοιπόν, στη γενική περίπτωση, δεν είναι «οριζόντια», ή, καλύτερα, ελλειψοειδής, αν θεωρήσουμε ότι ο πλανήτης μας έχει ελλειψοειδές σχήμα. Ποιες λοιπόν είναι οι διεργασίες που επηρεάζουν τη θαλάσσια στάθμη;

3.2 Το ελλειψοειδές μοντέλο προσέγγισης του σχήματος της Γης.

Το σχήμα της Γης δεν είναι κυκλικό. Το γεγονός ότι η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της, προσθέτει μια φυγόκεντρο ψευδοδύναμη στη δύναμη της βαρύτητας, η οποία δεν έχει σφαιρική συμμετρία, αλλά είναι ανάλογη του γεωγραφικού πλάτους. Κατά συνέπεια, το σχήμα της Γης είναι πεπλατυσμένο στους πόλους, και προσεγγίζεται από ένα ελλειψοειδές σώμα εκ περιστροφής, δηλαδή ένα σώμα που θα προέκυπτε από την περιστροφή μιας έλλειψης. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ελλειψοειδούς μοντέλου βάσει του οποίου προσεγγίζεται το σχήμα της Γης, είναι οι μικρή και μεγάλη ακτίνα της έλλειψης (ακτίνα της Γης στον Ισημερινό και στους Πόλους αντίστοιχα) και τον συντελεστή πλάτυνσης, που υποδεικνύει πόσο απέχει το μοντέλο του ελλειψοειδούς αναφοράς από μια σφαιρική Γη. Ο συντελεστής πλάτυνσης είναι περίπου 1/300. Ο πίνακας που ακολουθεί (αντιγραμμένος από την ιστοσελίδα http://en.wikipedia.org/wiki/Figure_of_the_Earth) αναφέρει τα διάφορα ελλειψοειδή αναφοράς που χρησιμοποιήθηκαν στο παρελθόν:

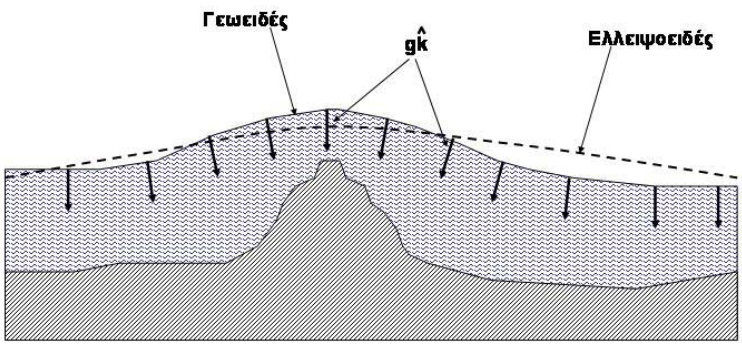
Ονομασία ελλειψοειδούς αναφοράς	Ισημερινή ακτίνα (m)	Πολική ακτίνα (m)	Αντίστροφη πλάτυνση	Χρήση
Τροποποιημένο Everest (Malaya) Revised Kertau	6,377,304.063	6,356,103.038993	300.801699969	
Timbalai	6,377,298.56	6,356,097.55	300.801639166	
Σφαιροειδές Everest	6,377,301.243	6,356,100.228	300.801694993	
Maupertuis (1738)	6,397,300	6,363,806.283	191	Γαλλία
Everest (1830)	6,377,276.345	6,356,075.413	300.801697979	Ινδία
Airy (1830)	6,377,563.396	6,356,256.909	299.3249646	Βρετανία
Bessel (1841)	6,377,397.155	6,356,078.963	299.1528128	Ευρώπη, Ιαπωνία
Clarke (1866)	6,378,206.4	6,356,583.8	294.9786982	Β. Αμερική
Clarke (1880)	6,378,249.145	6,356,514.870	293.465	Γαλλία, Αφρική
Helmert (1906)	6,378,200	6,356,818.17	298.3	
Hayford (1910)	6,378,388	6,356,911.946	297	Η.Π.Α.
Διεθνές (1924)	6,378,388	6,356,911.946	297	Ευρώπη

NAD 27	6,378,206.4	6,356,583.800	294.978698208	Β. Αμερική
Krassovsky (1940)	6,378,245	6,356,863.019	298.3	Ρωσία
WGS66 (1966)	6,378,145	6,356,759.769	298.25	Η.Π.Α./Υπουργείο Άμυνας
Εθνικό Αυστραλιανό (1966)	6,378,160	6,356,774.719	298.25	Αυστραλία
Νέο Διεθνές (1967)	6,378,157.5	6,356,772.2	298.24961539	
GRS-67 (1967)	6,378,160	6,356,774.516	298.247167427	
Νοτίου Αμερικής (1969)	6,378,160	6,356,774.719	298.25	Ν. Αμερική
WGS-72 (1972)	6,378,135	6,356,750.52	298.26	Η.Π.Α./Υπουργείο Άμυνας
GRS-80 (1979)	6,378,137	6,356,752.3141	298.257222101	
NAD 83	6,378,137	6,356,752.3	298.257024899	Β. Αμερική
WGS-84 (1984)	6,378,137	6,356,752.3142	298.257223563	
IERS (1989)	6,378,136	6,356,751.302	298.257	
Γενική χρήση	**6,378,135**	**6,356,750**	**298.25274725275**	**Παγκόσμιο**

Το ελλειψοειδές αναφοράς είναι το σχήμα που θα είχε η Γη αν ήταν πλήρως ομογενής όσον αφορά την πυκνότητά της. Αντίστοιχα, αν η Γη ήταν φτιαγμένη από ομογενές υλικό και δεν υπήρχαν εξάρσεις στην επιφάνειά της (και φυσικά, δεν υπήρχαν ήπειροι και νησιά), ένας Ωκεανός μη-κινούμενος ως προς την επιφάνεια της Γης θα λάμβανε σχήμα ελλειψοειδούς. Ο λόγος είναι ότι η μάζα του Ωκεανού θα κατανεμόταν πάνω σε μια «ισοδυναμική επιφάνεια», ή μια επιφάνεια σταθερής δυναμικής ενέργειας. Δηλαδή μια επιφάνεια πάνω στην οποία η ελκτική δύναμη της Γης έχει σταθερό μέτρο. Αυτή η επιφάνεια είναι πάντα κάθετη στο διάνυσμα της βαρυτικής έλξης και ταυτίζεται με την επιφάνεια που στην καθημερινή μας πρακτική ονομάζουμε οριζόντιο.

3.3 Το Γεωειδές.

Στην πραγματικότητα όμως, η μάζα της Γης δεν είναι ομογενώς κατανεμημένη στην επιφάνεια του πλανήτη. Το γεγονός ότι υπάρχουν περιοχές μεγαλύτερης συγκέντρωσης μάζας (όπως οι ήπειροι και οι οροσειρές, τα θαλάσσια βουνά και τα νησιά, η μεσο-ωκεάνεια ανύψωση κλπ., βλέπε σχήμα 3.1) απ' ό,τι άλλες (όπως οι πυθμένες των θαλάσσιων λεκανών), σημαίνει ότι η ένταση του πεδίου βαρύτητας δεν είναι σταθερή στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς αναφοράς, και ότι η ένταση είναι υψηλότερη κοντά σε περιοχές με υψηλότερη συγκέντρωση μάζας. Αυτό σημαίνει ότι στην εγγύτητα αυτών των περιοχών, οι επιφάνειες



Σχήμα 3.1. Σχηματική απεικόνιση της επίδρασης του ανάγλυφου του πυθμένα της θάλασσας (γραμμοσκιασμένη περιοχή) στο γεωειδές (συνεχής επιφάνεια θάλασσας). Επίσης απεικονίζεται το ελλειψοειδές αναφοράς (διακεκομμένη καμπύλη) και τα διανύσματα της επιτάχυνσης της βαρύτητας σε διάφορα σημεία της επιφάνειας της θάλασσας.

σταθερής δυναμικής ενέργειας (ή ισοδυναμικές επιφάνειες) θα είναι υπερυψωμένες σε σχέση με το ελλειψοειδές, ενώ σε περιοχές ελλείματος μάζας (όπως πάνω από τις ωκεάνειες βαθιές λεκάνες) οι ισοδυναμικές επιφάνειες θα είναι χαμηλότερα από το ελλειψοειδές. Το γεωειδές αντιστοιχεί στην ισοδυναμική επιφάνεια που αντιστοιχεί στην επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης, είναι δηλαδή το σχήμα που θα έπαιρνε ένας ακίνητος ως προς τον πυθμένα Ωκεανός (σχήμα 3.1). Οι αποκλίσεις του γεωειδούς από το ελλειψοειδές φτάνουν σε μέγεθος τα ± 40 μέτρα.

3.4 Η μέση στάθμη θάλασσας.

Το γεωειδές δεν αντιστοιχεί στη μέση στάθμη της επιφάνειας της θάλασσας, τη λεγόμενη θαλάσσια τοπογραφία. Ο λόγος είναι ότι, όπως δείξαμε σε προηγούμενα κεφάλαια, η στάθμη της θάλασσας είναι αλληλένδετη με τη θαλάσσια κυκλοφορία, και κατά συνέπεια διαμορφώνει και διαμορφώνεται από αυτήν. Έτσι, οι αποκλίσεις της μέσης στάθμης της θάλασσας από το γεωειδές οφείλονται στα θαλάσσια ρεύματα και γενικά είναι διάφορη του μηδενός, και της τάξης του ± 1 μέτρου.

Παραπάνω, περιγράψαμε πως η πλήρης απουσία κίνησης σε έναν Παγκόσμιο Ωκεανό θα αντιστοιχούσε σε ένα σχήμα της επιφάνειας της Γης που ονομάζεται Γεωειδές. Είναι όμως προφανές ότι ο Ωκεανός βρίσκεται σε μια αέναη κίνηση, και ότι το Γεωειδές είναι μια ιδεατή επιφάνεια. Οι διάφορες θαλάσσιες κινήσεις μετακινούν νερό από τη μια στην άλλη περιοχή, και σαν αποτέλεσμα μεταβάλλεται και η στάθμη της θάλασσας. Οι κινήσεις αυτές μπορεί να προκύπτουν είτε από τη βαρυτική έλξη των ουρανίων σωμάτων (οπότε μιλάμε για την αστρονομική παλίρροια), είτε για αλληλεπιδράσεις με την ατμόσφαιρα, οπότε μιλάμε για την μετεωρολογική παλίρροια. Σε κεφάλαια που θα ακολουθήσουν, θα εξετάσουμε πως οι διάφορες αλληλεπιδράσεις επηρεάζουν τις αποκλίσεις της στάθμης της θάλασσας από τη μέση στάθμη θάλασσας.

3.5 Γεωδυναμικό και γεωδυναμικό ύψος

Δυναμική ενέργεια είναι η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε ένα σώμα που βρίσκεται υπό την επίδραση κάποιας δύναμης (δηλαδή, σε κάποιο δυναμικό πεδίο).

<u>Παράδειγμα:</u>

Ποια είναι η δυναμική ενέργεια λόγω της γήινης έλξης που έχει ένα σώμα μάζας m_2 που βρίσκεται σε ακτίνα R από την επιφάνεια της Γης; (θεωρείστε ότι η Γη έχει μάζα m_E και ακτίνα R_E).

- Ποια η δυναμική ενέργεια όταν $R << R_E$;
- Ποια η δυναμική ενέργεια όταν $R >> R_E$;
- Διαιρώντας τη δυναμική ενέργεια ενός σώματος μάζας m_2 με τη μάζα έχουμε το δυναμικό του σώματος από το οποίο ασκείται η δύναμη

Το πεδίο δυναμικού (δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας) που προκύπτει γύρω από τη Γη προερχόμενο από τη βαρυτική έλξη της λέγεται γεωδυναμικό. Οι επιφάνειες σταθερού δυναμικού λόγω της γήϊνης έλξης λέγονται επιφάνειες γεωδυναμικού, ή γεωδυναμικές επιφάνειες.

Στην πράξη, οι επιφάνειες γεωδυναμικού είναι επιφάνειες στις οποίες το διάνυσμα της βαρυτικής έλξης είναι κάθετο και σταθερό σε μέτρο.

Το αλφάδι ορίζει στην πραγματικότητα την επιφάνεια γεωδυναμικού μιας περιοχής.

Άσκηση:
Σχεδιάστε την σχέση γεωδυναμικού Φ και απόστασης από την επιφάνεια της Γης R σύμφωνα με τα αποτελέσματα της προηγούμενης άσκησης.
Περιγράψτε τις επιφάνειες γεωδυναμικού κοντά και μακριά από την επιφάνεια της Γης.

Άσκηση:
Υπολογίστε το γεωδυναμικό κοντά στην επιφάνεια της Γης, σύμφωνα με τα αποτελέσματα προηγούμενης άσκησης.

Γεωδυναμικό στη Θάλασσα
Δείξαμε παραπάνω ότι το η μεταβολή του γεωδυναμικού ΔΦ κοντά στην επιφάνεια της Γης μπορεί να δοθεί από

$$\Delta\Phi = \int_{z_1}^{z_2} g\, d\zeta \tag{3-1}$$

Στο προηγούμενο μάθημα, δείξαμε ότι όταν έχουμε ηρεμία του νερού ισχύει η υδροστατική εξίσωση:

$$\left.\begin{aligned} p(z_2) &= p_0 - \rho\, g\, z_2 \\ p(z_1) &= p_0 - \rho\, g\, z_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\rho} = -g\, \Delta z \tag{3-2}$$

Άρα, η μεταβολή του γεωδυναμικού στο εσωτερικό ενός ρευστού μπορεί να δοθεί και από τον τύπο:

$$\Delta\Phi = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{d\,p}{\rho} \tag{3-3}$$

Αντικαθιστώντας την πυκνότητα από το αντίστροφό της, τον ειδικό όγκο α (όπου α = 1/ρ), η μεταβολή του γεωδυναμικού γίνεται:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\int_{p_1}^{p_2} a\, dp \tag{3-4}$$

Όμως ο ειδικός όγκος μπορεί να γραφτεί σαν το άθροισμα του όγκου που θα είχε νερό θερμοκρασίας 0°C, αλατότητας 35 και in situ πίεσης ($\alpha_{35,0,p}$) και της διαφοράς δ από τον πραγματικό ειδικό όγκο ($\alpha_{S,T,p}$):

$$a_{S,T,p} = a_{35,0,p} + \delta \tag{3-5}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση του γεωδυναμικού, έχουμε ότι αυτό δίνεται από:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\int_{p_1}^{p_2} a_{35,0,p}\, dp - \int_{p_1}^{p_2} \delta\, dp = \Delta\Phi_{std} + \Delta\Phi \tag{3-6}$$

όπου ως $\Delta\Phi_{std} \equiv -\int_{p_1}^{p_2} a_{35,0,p}\, dp$ ορίζεται το standard γεωδυναμικό, και ως

$\Delta\Phi = -\int_{p_1}^{p_2} \delta\, dp$ ορίζεται η ανωμαλία γεωδυναμικού.

Το γεωδυναμικό έχει μονάδες ενέργειας ανά μονάδα μάζας, δηλαδή J kg^{-1}, που αντιστοιχούν σε m^2 s^{-2}.

Συχνά χρησιμοποιούμε την πιο εύχρηστη και άμεσα κατανοητή ποσότητα του γεωδυναμικού ύψους, που ορίζεται σαν ο λόγος του γεωδυναμικού προς την επιτάχυνση της βαρύτητας, και μετράται με μονάδες μήκους.
Αντίστοιχα, μπορούμε να ορίσουμε το ***standard γεωδυναμικό ύψος*** ως

$$\Delta D_{std} \equiv \frac{\Delta\Phi_{std}}{g} \equiv -\frac{1}{g}\int_{p_1}^{p_2} a_{35,0,p}\, dp\,,$$

και την ***ανωμαλία γεωδυναμικού ύψους*** ως

$$\Delta D \equiv \frac{\Delta\Phi}{g} = -\frac{1}{g}\int_{p_1}^{p_2} \delta\, dp$$

<u>Ερώτηση / Συζήτηση:</u> Ποια η σχέση των παραπάνω μεταξύ τους;

<u>Ερώτηση / Συζήτηση:</u> ποια η χρησιμότητα της ανωμαλίας γεωδυναμικού ύψους;