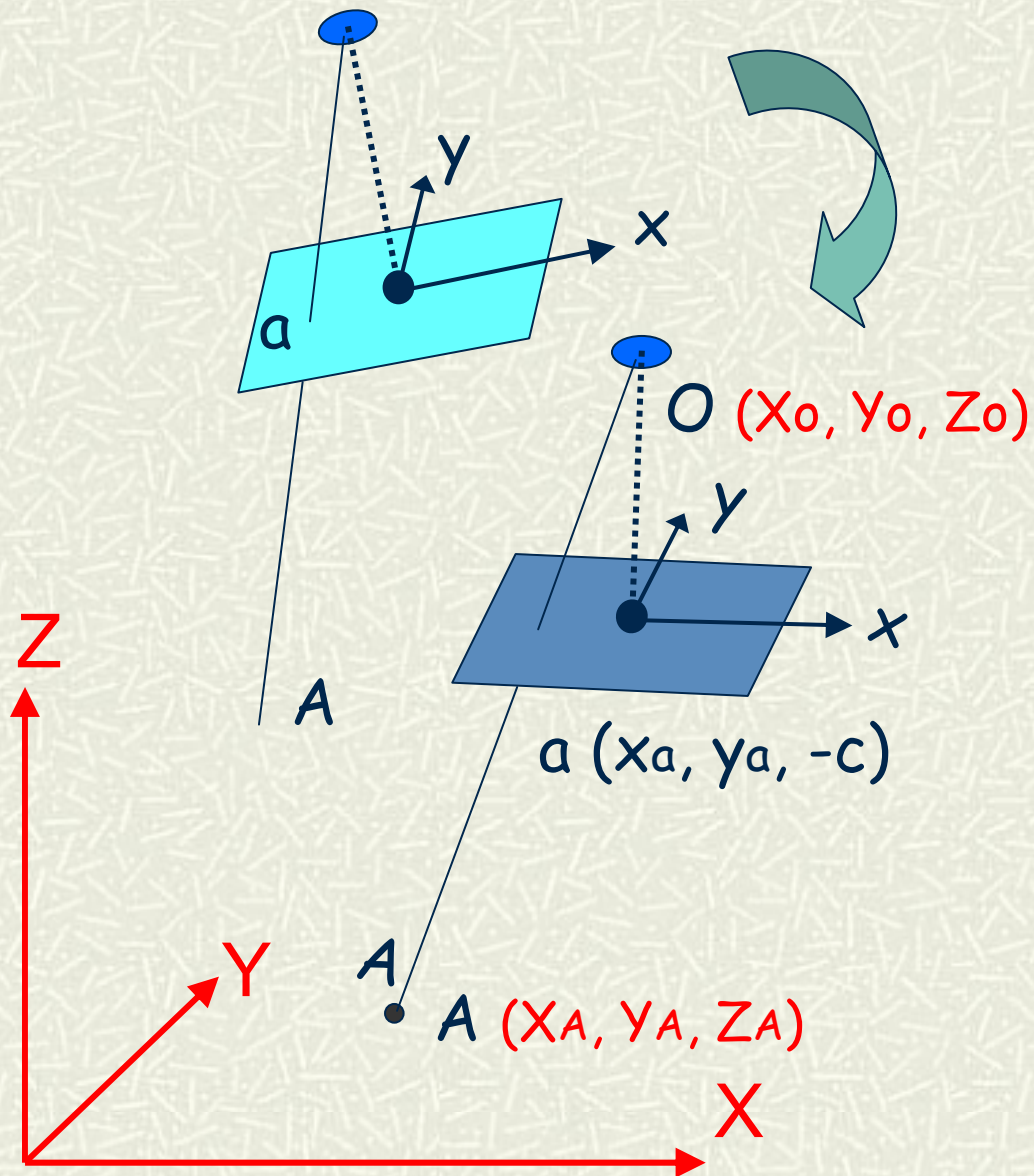


Η δέσμη των ακτίνων ως στερεό σώμα

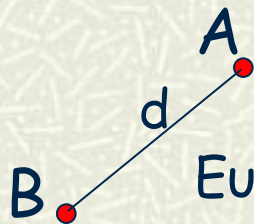


Για την επίλυση του θεμελιώδους φωτογραμμετρικού προβλήματος (σύνδεση εικονοσυντεταγμένων με γεωδαιτικές) αρκεί να προσδιορίσω τη "σωστή" θέση της δέσμης στο χώρο των τριών διαστάσεων

Βαθμοί ελευθερίας στερεού στο χώρο

$A \bullet$ Σημείο: $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (3)

Τρεις μεταθέσεις



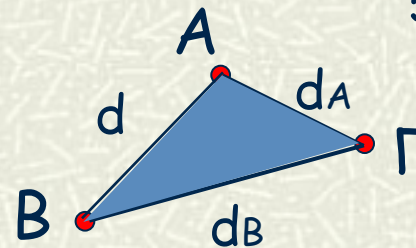
Ευθύγραμμο τμήμα

(2 σημεία): $3+3-1(d)=5$

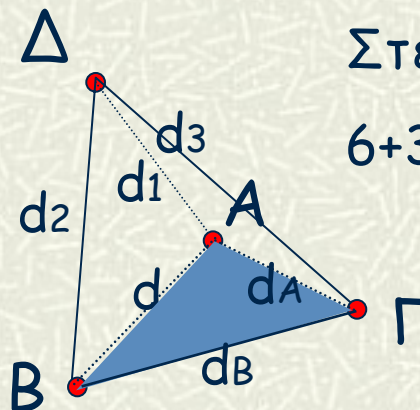
*Τρεις μεταθέσεις
και δύο στροφές*

Επίπεδο (3 σημεία):

$5+3-2(d_A, d_B) = 6$



*Τρεις μεταθέσεις
και τρεις στροφές*



Στερεό (3+n σημεία):

$6+3-3(d_1, d_2, d_3) = 6$

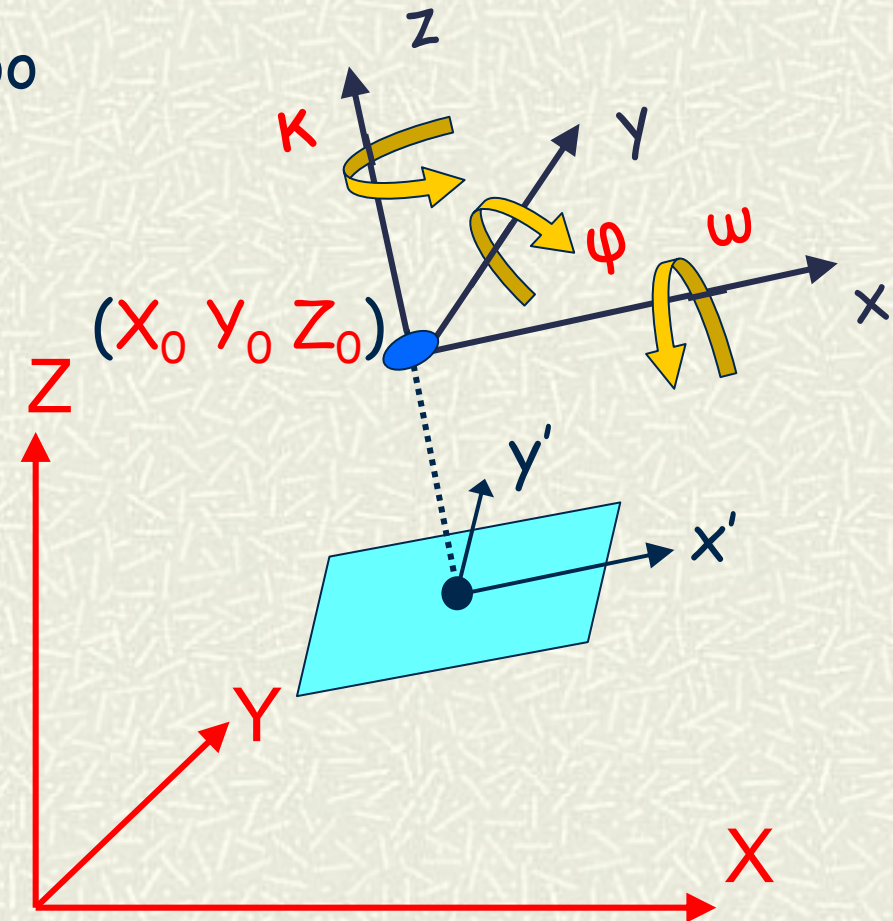
*Τρεις μεταθέσεις
και τρεις στροφές*

Βαθμοί ελευθερίας της δέσμης στο χώρο

Για να προσδιοριστεί η θέση της δέσμης (στερεού) στο χώρο αρκεί να καθοριστεί η θέση ενός σημείου της (Προβολικό κέντρο - X_0, Y_0, Z_0) και η διεύθυνση μιας ευθείας της (Άξονας λήψης - ω, φ, κ) στο χώρο

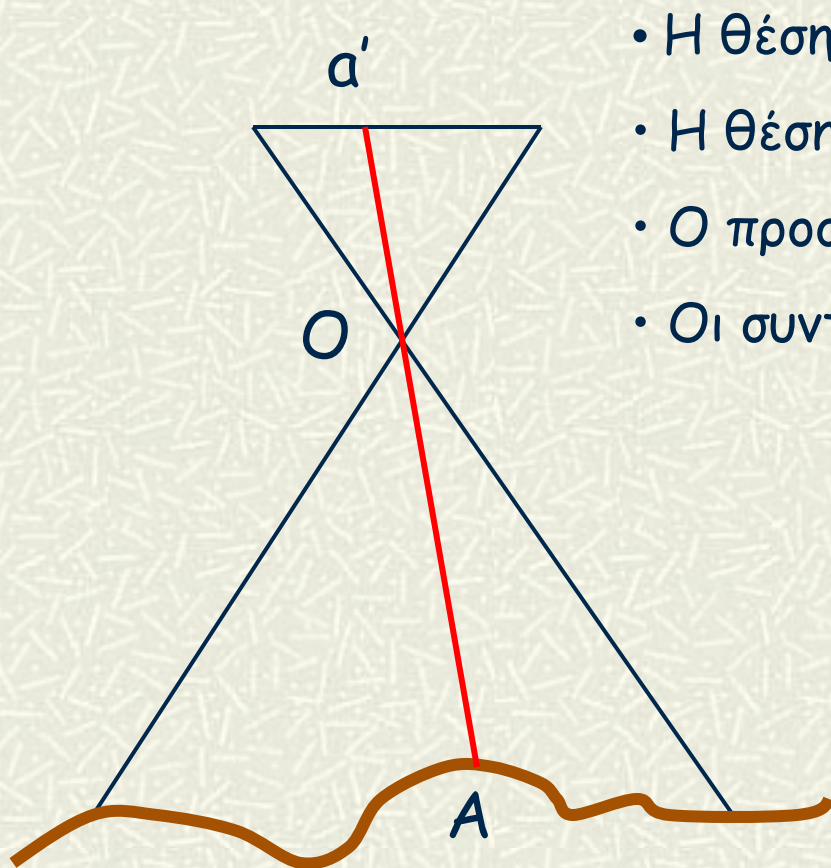
Αυτά τα έξι στοιχεία αντιστοιχούν στους βαθμούς ελευθερίας της δέσμης

Αποτελούν τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της



Εξαγωγή μετρητικής πληροφορίας

Για να προσδιοριστεί η θέση μιας ακτίνας (ευθείας) στον 3D χώρο, θα πρέπει να είναι γνωστά μερικά από τα παρακάτω:



- Η θέση του σημείου a' στην εικόνα (x, y)
- Η θέση του κέντρου προβολής (X_o, Y_o, Z_o)
- Ο προσανατολισμός του άξονα λήψης (ω, φ, κ)
- Οι συντεταγμένες του σημείου στο χώρο (X, Y, Z)

... και δεν θα πρέπει να ξεχνάμε ότι τα a' , A and O κείνται επ' ευθείας

$$\text{δηλ. } \vec{Oa'} = \lambda \vec{OA}$$

Εξαγωγή μετρητικής πληροφορίας

Η εξίσωση αυτής της ευθείας στο χώρο των 3D δίνεται από:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = \lambda \cdot \mathcal{R}_{\omega\phi\kappa} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix}$$

**Συνθήκη
Συγγραμμικότητας**

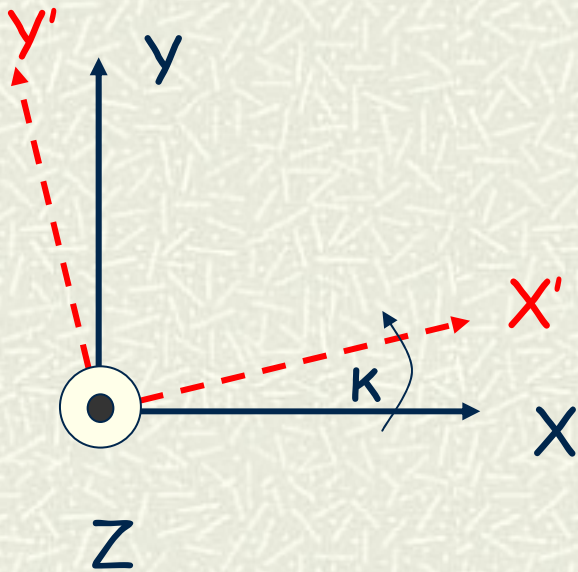
Όπου . . .

λ είναι η κλίμακα στο συγκεκριμένο σημείο A

$\mathcal{R}_{\omega\phi\kappa}$ ορθοκανονικός πίνακας στροφής στο χώρο

Ο πίνακας στροφής 1/2

Η στροφή στερεού σώματος γύρω από τυχαίο άξονα στο χώρο μπορεί να αναλυθεί σε τρεις συνιστώσες στροφές γύρω από τους βασικούς άξονες. Έτσι η $\mathcal{R}_{\omega\varphi\kappa} = \mathcal{R}_{\kappa} \mathcal{R}_{\varphi} \mathcal{R}_{\omega}$



ή στις τρεις διαστάσεις:

Για παράδειγμα ο $\mathcal{R}_{\kappa}$

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa \\ -\sin \kappa & \cos \kappa \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

Ο πίνακας στροφής 2/2

$$\mathcal{R}_{\omega\varphi\kappa} = \mathcal{R}_{\kappa} \mathcal{R}_{\varphi} \mathcal{R}_{\omega}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{\omega\varphi\kappa} = \mathcal{R}_{\kappa} \mathcal{R}_{\varphi} \mathcal{R}_{\omega} &= \begin{pmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\varphi \cos\kappa & \sin\omega \sin\varphi \cos\kappa + \cos\omega \sin\kappa & -\cos\omega \sin\varphi \cos\kappa + \sin\omega \sin\kappa \\ -\cos\varphi \sin\kappa & -\sin\omega \sin\varphi \sin\kappa + \cos\omega \cos\kappa & \cos\omega \sin\varphi \sin\kappa + \sin\omega \cos\kappa \\ \sin\varphi & -\sin\omega \cos\varphi & \cos\omega \cos\varphi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Βασική ιδιότητα ορθοκανονικού πίνακα:

$$\mathcal{R}^{-1} = \mathcal{R}^T \rightarrow \mathcal{R} \mathcal{R}^T = \mathbf{I}$$

Η Συνθήκη Συγγραμμικότητας

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = \lambda \cdot \mathcal{R}_{\omega\phi\kappa} \cdot \begin{bmatrix} X - X_o \\ Y - Y_o \\ Z - Z_o \end{bmatrix}$$



$$\frac{x}{-c} = \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

$$\frac{y}{-c} = \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

Βασικοί φωτογραμμετρικοί αλγόριθμοι

$$x = -c \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

$$y = -c \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

Παρατηρήσεις: x, y - στις οποίες περιέχονται τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού (x_o, y_o και Δr)

Βαθμονόμηση

Παράμετροι εξωτερικού προσανατολισμού: $X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa$

Οπισθοτομία

Γεωδαιτικές συντεταγμένες: X, Y, Z

Εμπροσθοτομία

Οι χρήσεις της Συνθήκης Συγγραμμικότητας

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	
		ΓΝΩΣΤΕΣ	ΑΓΝΩΣΤΕΣ
Βαθμονόμηση	$x' \ y'$	$X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ \omega \ \varphi \ \kappa$ $X \ Y \ Z$	$x_0 \ y_0 \ c \ \Delta r$
Οπισθοτομία	$x' \ y'$	$x_0 \ y_0 \ c \ \Delta r$ $X \ Y \ Z$	$X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ \omega \ \varphi \ \kappa$
Εμπροσθοτομία	$x' \ y'$ $x'' \ y''$	$x_0 \ y_0 \ c \ \Delta r$ $(X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ \omega \ \varphi \ \kappa)'$ $(X_0 \ Y_0 \ Z_0 \ \omega \ \varphi \ \kappa)''$	$X \ Y \ Z$

Ειδικές περιπτώσεις της Σ.Σ. 1/2

1. Η αεροφωτογραφία είναι αυστηρά κατακόρυφη

... και το σύστημα εικονοσυντεταγμένων είναι παράλληλο με το γεωδαιτικό

$$\omega = \varphi = 0 \quad \dots \text{αλλά και } \kappa = 0 \quad \rightarrow \mathfrak{K} = \mathbf{I}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = \lambda \cdot \mathbf{I} \cdot \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \frac{x}{-c} = \frac{X - X_0}{Z - Z_0} \\ \frac{y}{-c} = \frac{Y - Y_0}{Z - Z_0} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \frac{x}{X - X_0} = \frac{-c}{Z - Z_0} = \frac{1}{k} \\ \frac{y}{Y - Y_0} = \frac{-c}{Z - Z_0} = \frac{1}{k} \end{array}$$

Ειδικές περιπτώσεις της Σ.Σ. 2/2

2. Το αντικείμενο δεν έχει ανάγλυφο

$$Z = \text{σταθ.} \rightarrow Z - Z_0 = \text{σταθ.}$$

$$x = -c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{12}(Y - Y_0) + r_{13}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y = -c \frac{r_{21}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{23}(Z - Z_0)}{r_{31}(X - X_0) + r_{32}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$



$$x = \frac{p_1 X + p_2 Y + p_3}{p_7 X + p_8 Y + p_9}$$

$$y = \frac{p_4 X + p_5 Y + p_6}{p_7 X + p_8 Y + p_9}$$

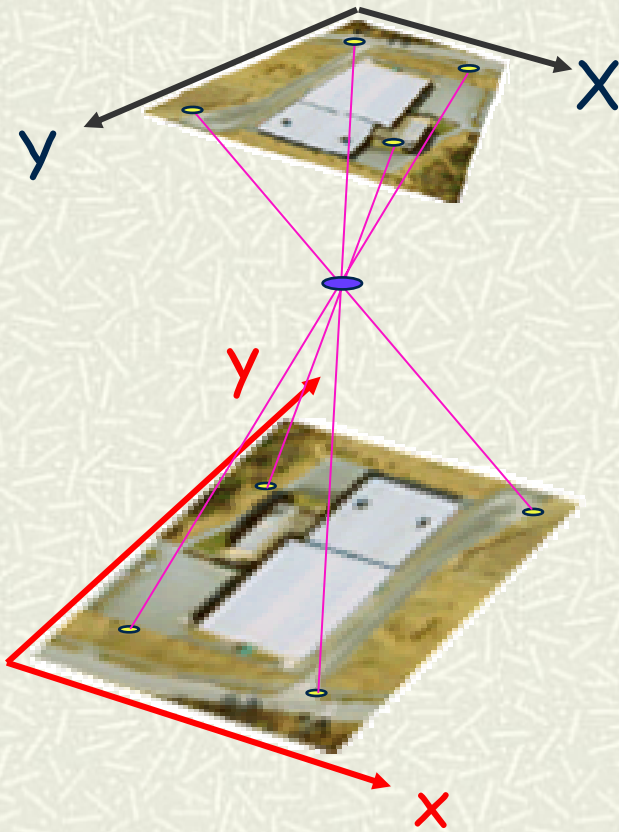


$$x = \frac{a_1 X + a_2 Y + a_3}{a_7 X + a_8 Y + 1}$$

$$y = \frac{a_4 X + a_5 Y + a_6}{a_7 X + a_8 Y + 1}$$

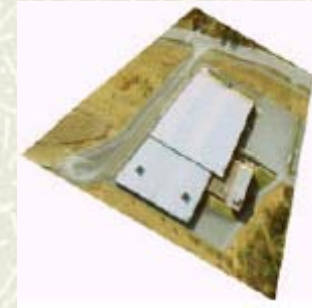
Προβολικός
Μετασχηματισμός

Προβολικός Μετασχηματισμός



$$x = \frac{a_1X + a_2Y + a_3}{a_7X + a_8Y + 1}$$

$$y = \frac{a_4X + a_5Y + a_6}{a_7X + a_8Y + 1}$$



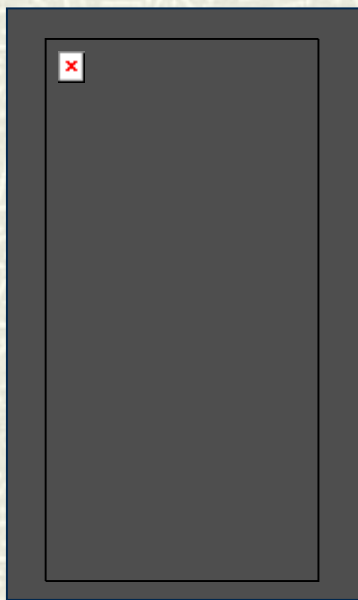
Εξαγωγή μετρητικής πληροφορίας στην περίπτωση αυτή

- # Το πρόβλημα της χαμένης τρίτης διάστασης δεν υφίσταται, όταν το αντικείμενο δεν διαθέτει τρίτη διάσταση, δηλ. όταν είναι ένα **επίπεδο αντικείμενο** !!
- # Στην περίπτωση αυτή στην 2D εικόνα εμφανίζεται ένα 2D αντικείμενο. Έτσι ο μετασχηματισμός είναι αντιστρέψιμος.



Φωτογραμμετρική Αναγωγή

- *Αναγωγή* καλείται ο προβολικός μετασχηματισμός της εικόνας ενός 2D αντικειμένου σε ορθή προβολή

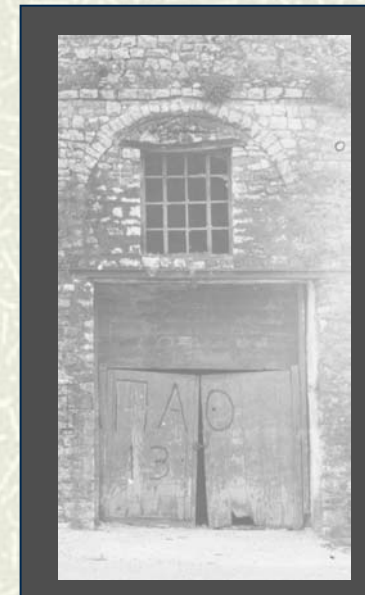


X, Y

$$x = \frac{a_1 X + a_2 Y + a_3}{a_7 X + a_8 Y + 1}$$



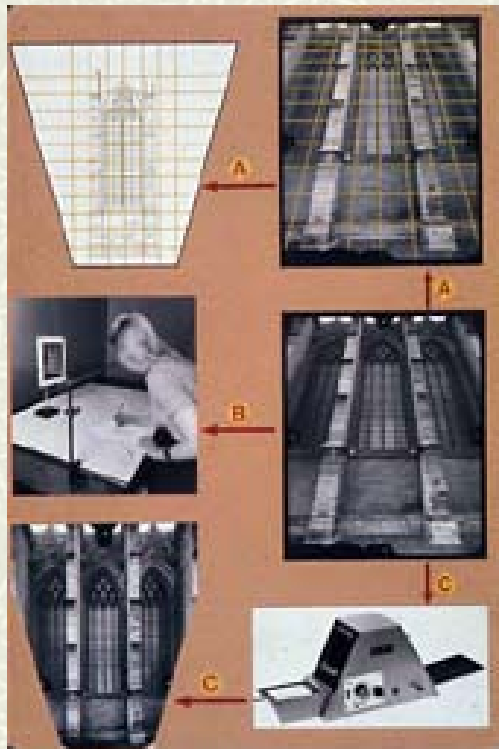
$$y = \frac{a_4 X + a_5 Y + a_6}{a_7 X + a_8 Y + 1}$$



x, y

Φωτογραμμετρική αναγωγή (οπτικομηχανική)

Ουσιαστικά επιδιώκουμε την παραγωγή (επαναπροβολή) μιας αυστηρά κατακόρυφης εικόνας από την αρχική



Παλιές (και ιστορικές) μέθοδοι

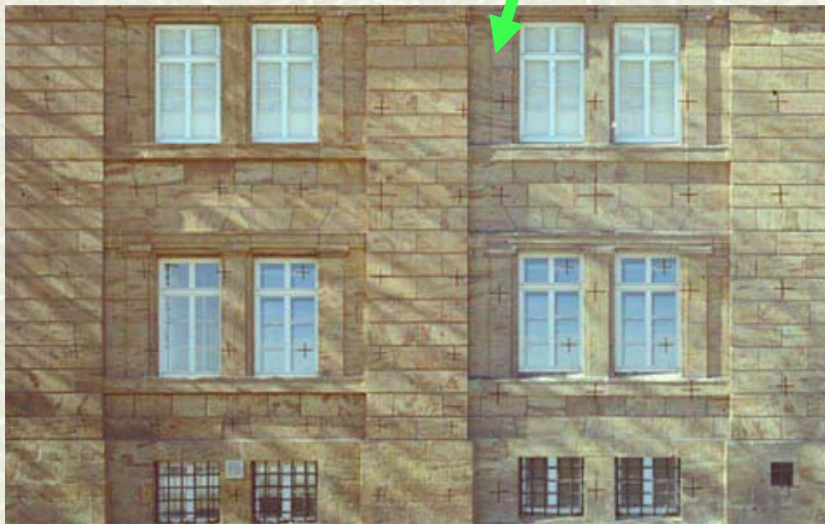
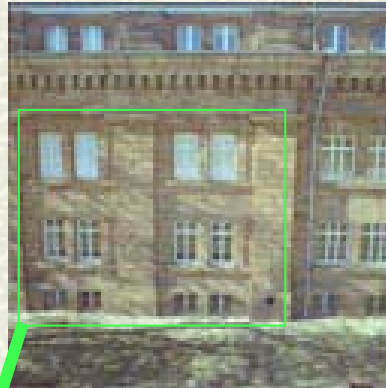
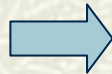


Αναγωγέας

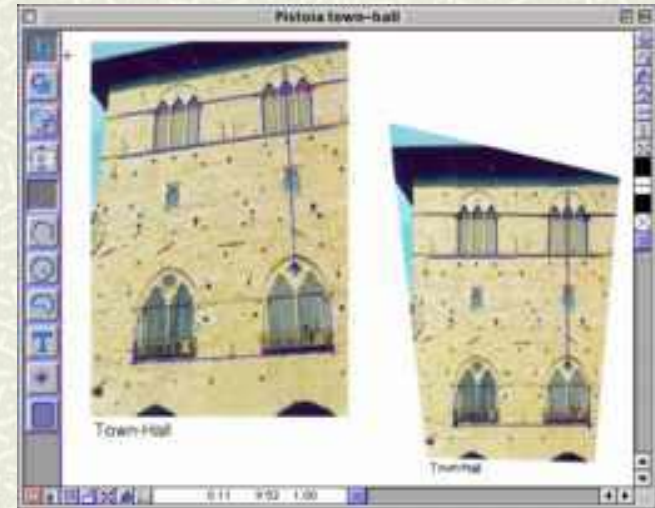
Φωτογραμμετρική αναγωγή (ψηφιακή)



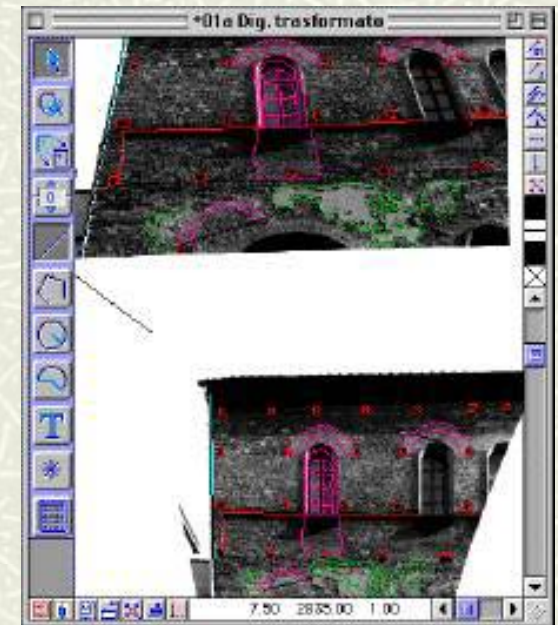
Αρχική εικόνα



Ορθή Προβολή



Λογισμικά Ψηφιακής Αναγωγής



Ακρίβεια της Αναγωγής

$$\Delta H_{\max} (m) = \frac{k}{1000} \cdot \frac{c}{r} \cdot \Delta r_{\max} (mm)$$

Όπου: k η κλίμακα του τελικού προϊόντος,
 r η απόσταση του αντικειμένου από το πρωτεύον σημείο
 Δr η μέγιστη επιτρεπόμενη μετατόπιση λόγω αναγλύφου

Για μετατόπιση 1mm

c/r	6x6		35mm	UMK	P31
	50/42	80/42	50/22	100/111	100/75
$1/k$	$\Delta H_{\max} (m)$				
1:20	0.024	0.040	0.040	0.018	0.027
1:50	0.060	0.100	0.100	0.045	0.067
1:100	0.119	0.200	0.200	0.091	0.133
1:200	0.238	0.400	0.400	0.182	0.267

Σκόρπιοι Προβληματισμοί

- # Τι είναι ο Εσωτερικός Προσανατολισμός μιας φωτογραφμετρικής λήψης, ποιά η φυσική του σημασία και ποιά είναι τα στοιχεία του; Γιατί πρέπει να αποκαθίσταται ο Εσωτερικός Προσανατολισμός πριν από τον Σχετικό Προσανατολισμό ενός ζεύγους και πώς γίνεται αυτό αναλυτικά;
- # Ποιά είναι η φυσική σημασία της Συνθήκης Συγγραμμικότητας και σε ποιές φωτογραφμετρικές διαδικασίες χρησιμοποιείται;
- # Σε τι χρησιμεύει η ΣΣ και για κάθε περίπτωση να αναφέρετε τις παρατηρήσεις και τις άγνωστες και γνωστές παραμέτρους
- # Μπορούμε να προσδιορίσουμε στοιχεία του χώρου με τη βοήθεια μιας μόνο φωτογραφίας, ποιά και κάτω από ποιές προϋποθέσεις;
- # Πόση είναι η ακτινική μετατόπιση Δr της εικόνας ενός στύλου ($h=8.50$ m) που απεικονίζεται στο κέντρο αυστηρά κατακόρυφης λήψης που έχει παρθεί με φωτογραφμετρική μηχανή χωρίς σφάλματα από ύψος $H=850$ m;
- # Τι εννοούμε με τον όρο κλίμακα φωτογραφίας; Είναι ενιαία για όλη τη φωτογραφία και πότε; Τι είναι μέση κλίμακα και τι σημειακή κλίμακα; Σε αυστηρά κατακόρυφη φωτογραφία επίπεδου και οριζοντίου εδάφους μεταβάλλεται η κλίμακα προς τα άκρα της ή όχι και γιατί;
- # Με ποιο γεωμετρικό μοντέλο προσεγγίζεται η φωτο-γραμ-μετρική λήψη; Ποιά προβλήματα δημιουργούνται και πώς ξεπερνιούνται;