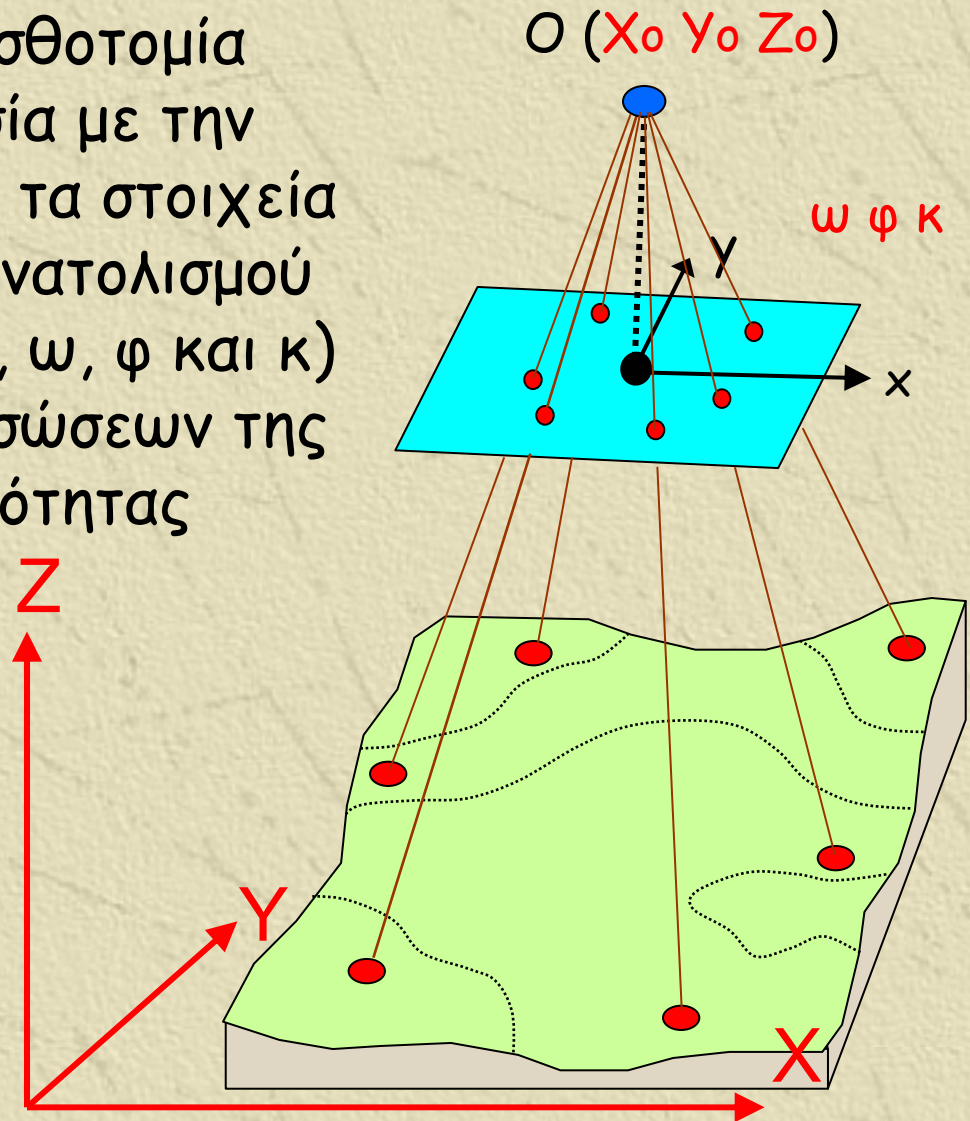
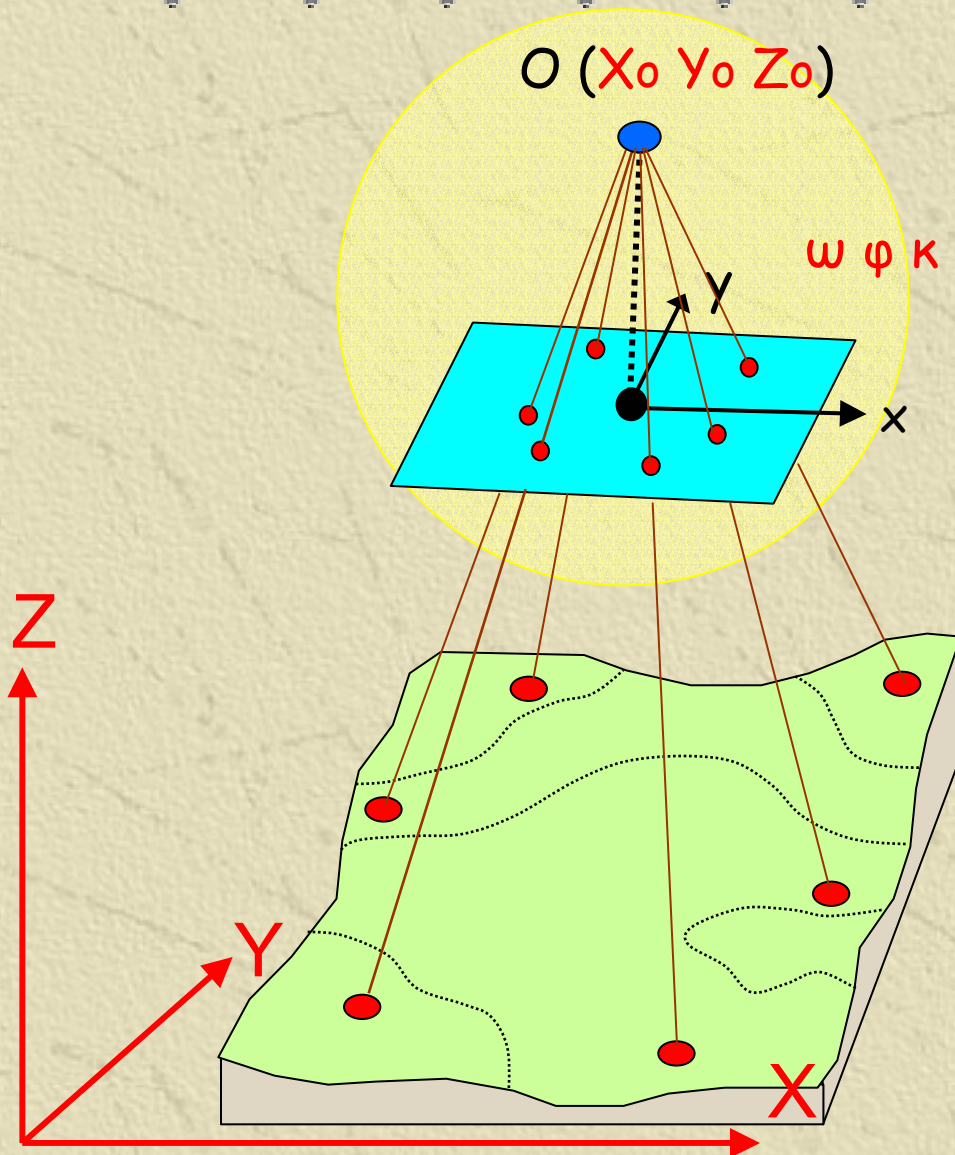


Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία είναι εκείνη η διαδικασία με την οποία προσδιορίζονται τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού μιας λήψης ($X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi$ και κ) με τη βοήθεια των εξισώσεων της Συνθήκης Συγγραμμικότητας



Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία



Ουσιαστικώς τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού της δέσμης προκύπτουν από τον προσδιορισμό του σημείου τομής των ακτίνων στο χώρο, αλλά και του προσανατολισμού της ως στερεού

Αυτή η περιγραφική και γεωμετρική κατάσταση περιγράφεται αναλυτικά με τη βοήθεια των εξισώσεων της Συνθήκης Συγγραμμικότητας

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Για κάθε σημείο γνωστών γεωδαιτικών συντεταγμένων (φωτοσταθερό ή ΣΤΑ/Φ) μπορώ να μετρήσω δύο (2) εικονοσυντεταγμένες (x και y) στην φωτογραφία.

Έτσι για τους έξι (6) συνολικώς αγνώστους ($X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi, \kappa$) μπορεί να έχω $2n$ μετρήσεις, όπου n ο αριθμός των διατιθέμενων φωτοσταθερών.

Το γεγονός ότι διαθέτω περισσότερες μετρήσεις (παρατηρήσεις) από αγνώστους είναι μεν ευνοϊκό - αφού εξασφαλίζω περισσότερες πληροφορίες από τις αναγκαίες αυξάνοντας έτσι την τελική ακρίβεια - δημιουργεί όμως την ανάγκη κατάλληλης διαδικασίας υπολογισμού των αγνώστων, ώστε να ληφθούν υπόψη όλες οι διατιθέμενες πληροφορίες.

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Ετσι προκύπτει η ανάγκη συνόρθωσης με τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων, που έχει εμπειρικά και θεωρητικώς αποδειχθεί ότι αντιμετωπίζει το παραπάνω πρόβλημα με τον καλύτερο τρόπο, στην περίπτωση που τα σφάλματα των παρατηρήσεων κατανέμονται σύμφωνα με την κανονική κατανομή (Gauss).

Για το σκοπό αυτό χρειαζόμαστε μια μαθηματική σχέση που να συνδέει τα παρατηρούμενα μεγέθη με τους αγνώστους

Η σχέση αυτή λέγεται εξίσωση παρατήρησης

Σε όλους σχεδόν τους φωτογραμμετρικούς υπολογισμούς ως εξισώσεις παρατήρησης χρησιμοποιούνται οι δύο εξισώσεις της Συνθήκης Συγγραμμικότητας

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

... έτσι για κάθε φωτοσταθερό που μετράω στην εικόνα παίρνω δύο εξισώσεις (παρατήρησης) της μορφής:

$$x = -c \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

$$y = -c \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)}$$

... οι οποίες εμπλέκουν τις παρατηρήσεις (x, y) με τους αγνώστους της Οπισθοτομίας $(X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi \text{ και } \kappa)$.

Για τα σημεία αυτά γνωρίζω τα X, Y και Z , αφού είναι φωτοσταθερά.

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Για κακή μας τύχη όμως οι εξισώσεις αυτές δεν είναι γραμμικές ως προς τους αγνώστους !!!

Χρειάζονται επομένως γραμμικοποίηση. Στην περίπτωση αυτή η επίλυση του συστήματος των γραμμικοποιημένων εξισώσεων γίνεται με διαδοχικές προσεγγίσεις, μια και κατά την γραμμικοποίηση δεν κρατάμε τα διαφορικά ανώτερης τάξης.

$$x = -c \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} = F_x$$
$$y = -c \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} = F_y$$

Στις διαδοχικές αυτές προσεγγίσεις υπολογίζονται κάθε φορά οι **διορθώσεις** που πρέπει να γίνουν στις προσωρινές τιμές, που προσδιορίζονται για τους αγνώστους, ώστε να πλησιάσουμε την επιθυμητή λύση

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Οι εξισώσεις παρατήρησης μετά τη γραμμικοποίηση (και κρατώντας μόνο τα διαφορικά πρώτης τάξης) γίνονται:

$$\begin{aligned}x &= F_x = F_x^{(0)} + \frac{\partial F_x}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_x}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_x}{\partial Z_0} dZ_0 + \frac{\partial F_x}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_x}{\partial \kappa} d\kappa \\y &= F_y = F_y^{(0)} + \frac{\partial F_y}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_y}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_y}{\partial Z_0} dZ_0 + \frac{\partial F_y}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_y}{\partial \kappa} d\kappa\end{aligned}$$

όπου πλέον οι άγνωστοι είναι οι **διαφορικές μεταβολές** των προσωρινών τιμών των αρχικών αγνώστων, δηλ. των $(X_0, Y_0, Z_0, \omega, \varphi \text{ και } \kappa)^{(0)}$

Στις παραπάνω γραμμικοποιημένες εξισώσεις, οι συντελεστές με τις μερικές παραγώγους είναι καθαροί αριθμοί, που παίρνουν την τιμή τους με την αντικατάσταση στις αντίστοιχες παραστάσεις των προσωρινών τιμών των αγνώστων

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

$$x = F_x = F_x^{(0)} + \frac{\partial F_x}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_x}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_x}{\partial Z_0} dZ_0 + \frac{\partial F_x}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_x}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_x}{\partial \kappa} d\kappa$$

$$y = F_y = F_y^{(0)} + \frac{\partial F_y}{\partial X_0} dX_0 + \frac{\partial F_y}{\partial Y_0} dY_0 + \frac{\partial F_y}{\partial Z_0} dZ_0 + \frac{\partial F_y}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F_y}{\partial \kappa} d\kappa$$

Οι εξισώσεις παρατήρησης υπό μορφή πινάκων διαμορφώνονται ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_x}{\partial X_0} & \frac{\partial F_x}{\partial Y_0} & \frac{\partial F_x}{\partial Z_0} & \frac{\partial F_x}{\partial \omega} & \frac{\partial F_x}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_x}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial F_y}{\partial X_0} & \frac{\partial F_y}{\partial Y_0} & \frac{\partial F_y}{\partial Z_0} & \frac{\partial F_y}{\partial \omega} & \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_y}{\partial \kappa} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial F_y}{\partial X_0} & \frac{\partial F_y}{\partial Y_0} & \frac{\partial F_y}{\partial Z_0} & \frac{\partial F_y}{\partial \omega} & \frac{\partial F_y}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_y}{\partial \kappa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \\ \Delta \omega \\ \Delta \varphi \\ \Delta \kappa \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - F_x^{(0)} \\ y_1 - F_y^{(0)} \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n - F_y^{(0)} \end{pmatrix}$$

2n x 6

6 x 1

2n x 1

A

X = L

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Από το σημείο αυτό η επίλυση ακολουθεί συγκεκριμένη τεχνική εφαρμόζοντας τη Μέθοδο Ελαχίστων Τετραγώνων:

$$A x = L$$

$$\rightarrow A' A x = A' L$$

$$\rightarrow N x = A' L$$

$$\rightarrow x = N^{-1} A' L$$

Οι πίνακες ονομάζονται:

A: Πίνακας σχεδιασμού

L: Δεύτερο μέλος σταθερών όρων

N: Πίνακας κανονικών εξισώσεων

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Μετά την πρώτη επίλυση, προσδιορίζονται οι άγνωστοι, δηλαδή οι διαφορικές μεταβολές των προσωρινών τιμών. Η επίλυση πρέπει να επαναληφθεί με νέες προσωρινές τιμές τις παλιές συν τις διαφορικές μεταβολές που υπολογίστηκαν από την πρώτη επίλυση.

$$(X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa)^{(1)} = (X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa)^{(0)} + (\Delta X_o, \Delta Y_o, \Delta Z_o, \Delta \omega, \Delta \varphi, \Delta \kappa)$$

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται, έως ότου οι διορθώσεις (διαφορικές μεταβολές) των προσωρινών τιμών είναι κάτω από το όριο της ακρίβειας που απαιτείται.

Φωτογραμμετρική Οπισθοτομία

Λογικό Διάγραμμα Ροής

