Τα Βασικά Μεγέθη της Κυκλοφοριακής Ροής
Φόρτος – Πυκνότητα - Ταχύτητα

Τα Βασικά Μεγέθη της Κυκλοφοριακής Ροής

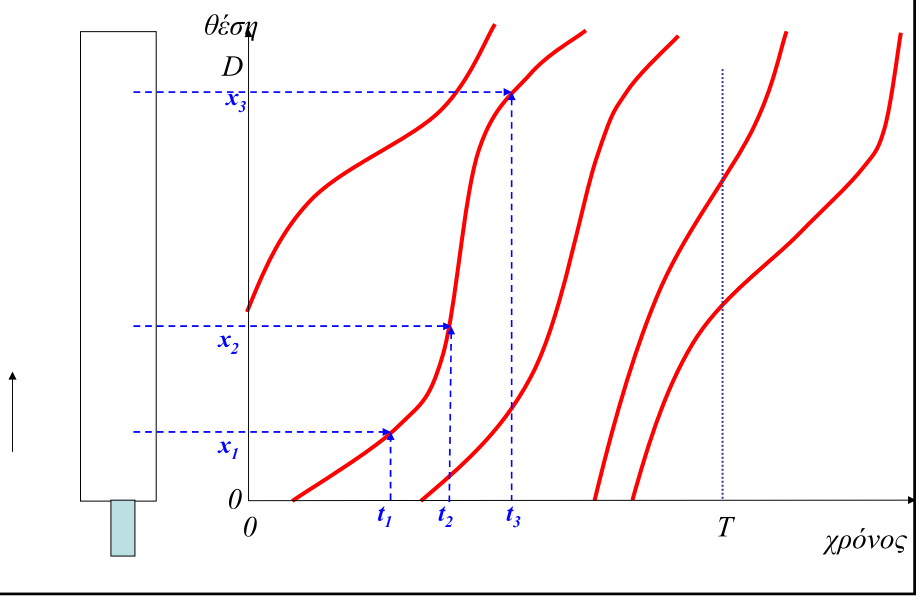
- **φόρτος (q):** ο αριθμός των οχημάτων του διέρχονται από μια διατομή, στην μονάδα του χρόνου
- **Ταχύτητα (u):**
  - *Μέση χρονική ταχύτητα*: ο αριθμητικός μέσος όρος των στιγμιαίων ταχυτήτων των οχημάτων που διέρχονται από μια διατομή του δρόμου
  - *Μέση χωρική ταχύτητα: ο αριθμητικός μέσος των στιγμιαίων ταχυτήτων των οχημάτων που κινούνται σε ένα τμήμα του δρόμου σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.*

Τα Βασικά Μεγέθη της Κυκλοφοριακής Ροής

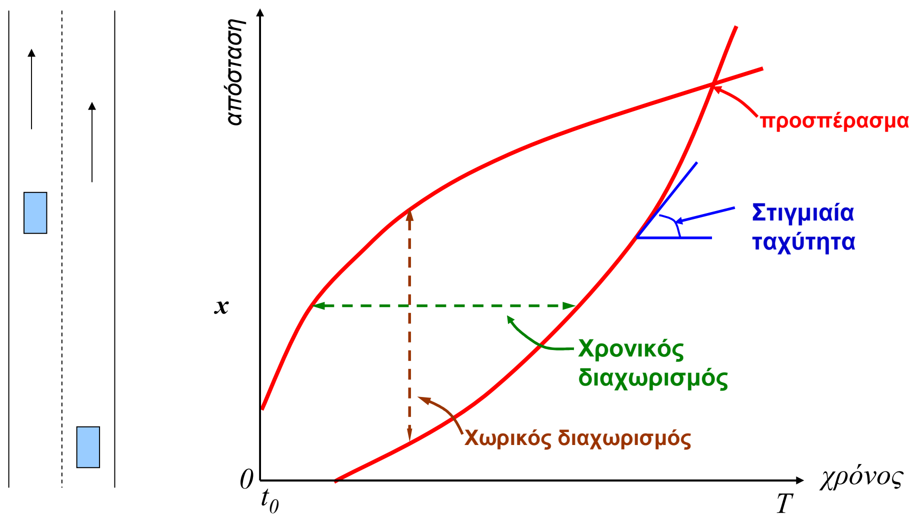
- **Συγκέντρωση**
  - *Πυκνότητα (k)*: ο αριθμός οχημάτων στην μονάδα μήκους του δρόμου
  - *Χρονική κατάληψη (o): το ποσοστό της μονάδας χρόνου που ένα σημείο του δρόμου καταλαμβάνεται από διερχόμενα οχήματα*
- **Διαχωρισμός**
  - *Χωρικός διαχωρισμός (s): η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων*
  - *Χρονικός διαχωρισμός (h): ο χρόνος μεταξύ των διελεύσεων δύο διαδοχικών οχημάτων από μια συγκεκριμένη διατομή.*

Διάγραμμα χρόνου απόστασης : Ανάλυση σε σταθερή θέση (διατομή)

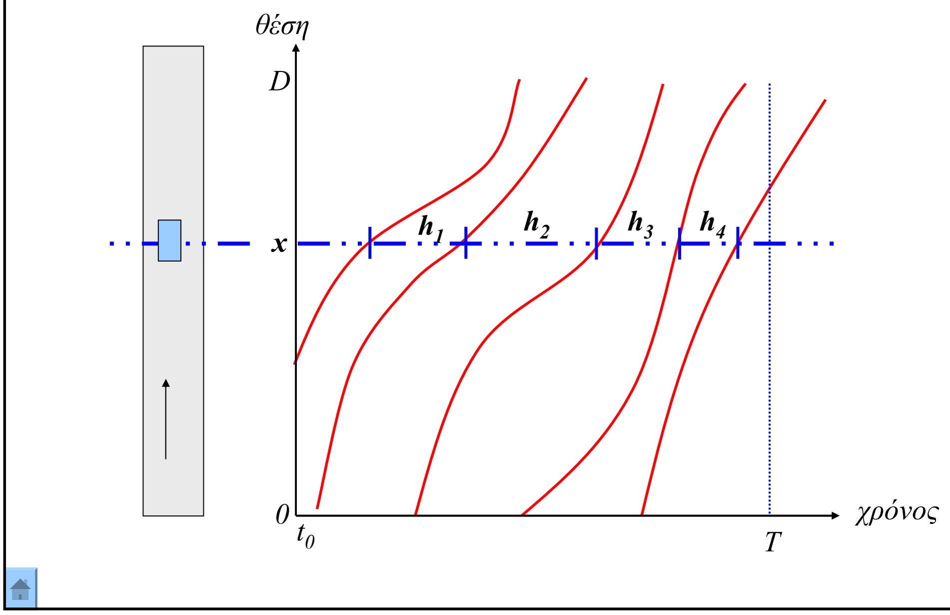
Απεικόνιση της θέσης κάθε οχήματος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές



Διάγραμμα χρόνου απόστασης : χαρακτηριστικά μεγέθη



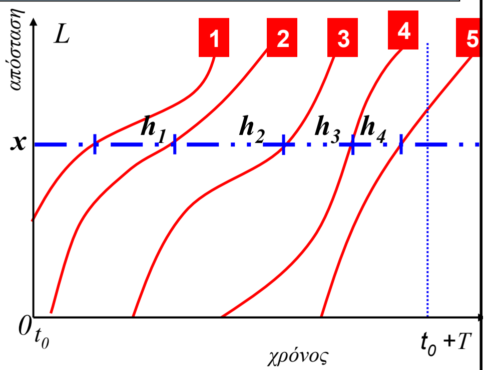
Διάγραμμα χρόνου απόστασης : Ανάλυση σε σταθερή θέση (διατομή)



Φόρτος και Χρονικός Διαχωρισμός

- *N(x)* : ο αριθμός των οχημάτων από την διατομή x την χρονική περίοδο $[t_0, t_0+T]$ (δηλ. $N(x)$ = 5)

- **Φόρτος:** $q(x) = \dfrac{N(x)}{T}$



- **Χρονικός διαχωρισμός** μεταξύ διαδοχικών οχημάτων : $h_j(x)$

- **Μέσος χρονικός διαχωρισμός** $$\bar{h} = \frac{\sum_{j=1}^{N(x)} h_j(x)}{N(x)}$$

Ποια είναι η σχέση μεταξύ φόρτου και μέσου χρονικού διαχωρισμού?

Φόρτος και Μέσος Χρονικός Διαχωρισμός

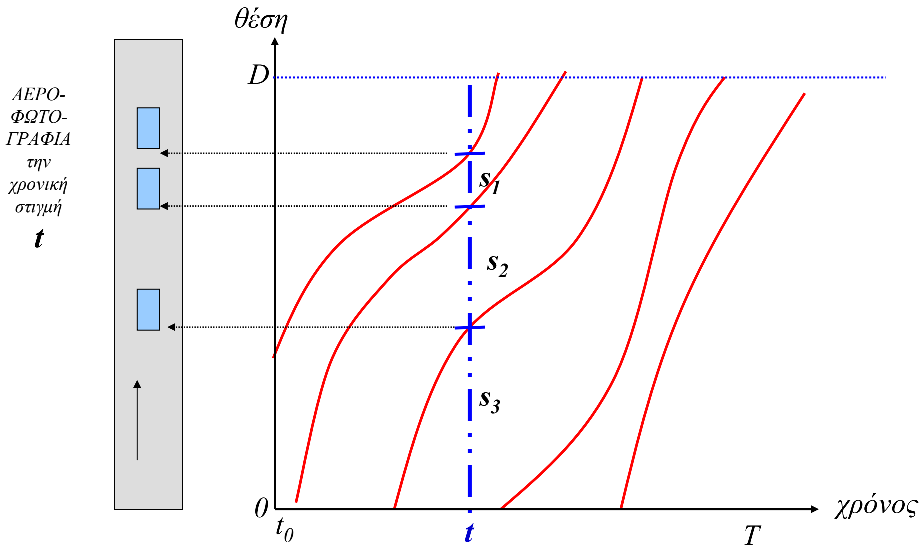
Εάν η χρονική περίοδος T είναι μεγάλη $\Rightarrow$ $T \approx \sum_{j=1}^{N(x)} h_j(x)$

$$\Rightarrow \quad q(x) = \frac{N(x)}{T} \approx \frac{N(x)}{\sum_{j=1}^{N(x)} h_j(x)}$$

$$\Rightarrow \quad q(x) \approx \frac{1}{\bar{h}(x)}$$

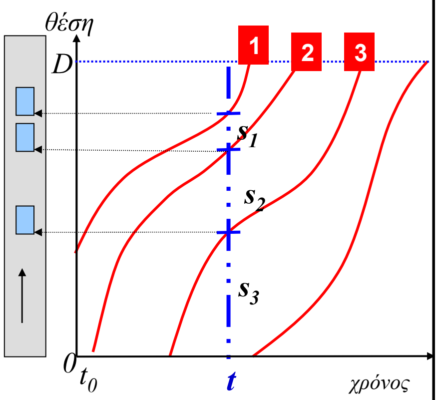
Ο φόρτος αποτελεί την μέση συχνότητα διέλευσης από μία διατομή

Διάγραμμα χρόνου απόστασης : Ανάλυση σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή



Πυκνότητα και Χωρικός Διαχωρισμός

- $M(t)$: ο αριθμός των οχημάτων στο τμήμα του δρόμου από 0 έως D, την χρονική στιγμή t
- **Πυκνότητα** $k(t) = \dfrac{M(t)}{D}$
- **Χωρικός διαχωρισμός** μεταξύ διαδοχικών οχημάτων : $s_i(t)$
- **Μέσος χωρικός διαχωρισμός** $\bar{s}(t) = \dfrac{\sum_{i=1}^{M(t)} s_i(t)}{M(t)}$



Ποια είναι η σχέση μεταξύ πυκνότητας και μέσου χωρικού διαχωρισμού?

Πυκνότητα και Μέσος Χωρικός Διαχωρισμός

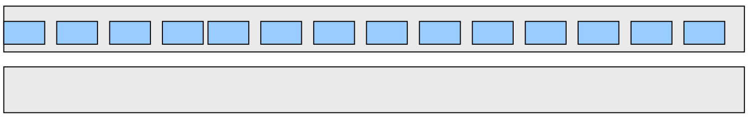
Εάν το τμήμα D είναι μεγάλο $\Rightarrow$ $D \approx \sum_{i=1}^{M(t)} s_i(t)$

$$\Rightarrow \quad k(t) = \frac{M(t)}{D} \approx \frac{M(t)}{\sum_{i=1}^{M(t)} s_i(t)}$$

$$\Rightarrow \quad k(t) \approx \frac{1}{\overline{s}(t)}$$

Μέγιστες Τιμές της Πυκνότητας

- Η Πυκνότητα μεταβάλλεται από την μηδενική τιμή (όταν κανένα όχημα δεν υπάρχει στο οδικό τμήμα), μέχρι μια μέγιστη τιμή όταν το τμήμα είναι πλήρες και τα οχήματα πλησιάζουν το ένα στο άλλο ενώ βρίσκονται σε στάση.



Μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η μέγιστη πυκνότητα ανά λωρίδα κυκλοφορίας?

Ο μέσος χωρικός διαχωρισμός =

το μέσο μήκος του οχήματος + το χωρικό διάκενο μεταξύ δύο διαδοχικών οχημάτων $\approx$ 5,5 μ + 1,0 μ = 6,5 μ $\Rightarrow k_{jam}$ = 1000/6,5 $\approx$ 150 οχήματα/χλμ.

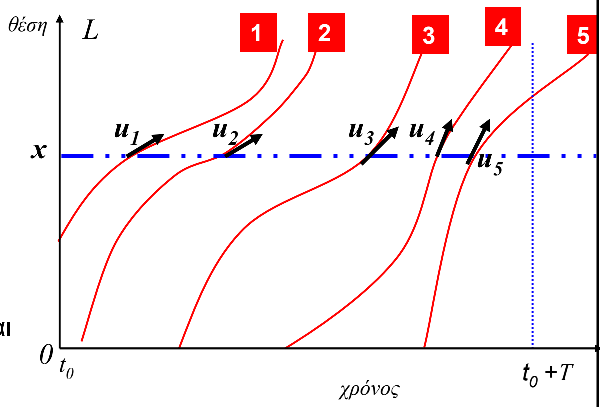
$k_{jam} \approx$ 110 – 150 οχ. $s \approx$ 7 – 9 μ/οχ.

Χαρακτηριστική Τιμή Πυκνότητας

- μεταξύ της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής υπάρχει η **χαρακτηριστική τιμή** της πυκνότητας που παρατηρείται στις συνθήκες μέγιστου φόρτου και κυμαίνεται από **26-42 οχ/χλμ** ανά λωρίδα κυκλοφορίας, που αντιστοιχεί σε χωρικό διάκενο 24 – 38 μ/όχημα.

Μέση Χρονική Ταχύτητα

Μετρήσεις: Σε μια συγκεκριμένη θέση x κατά την διάρκεια μιας χρονικής περιόδου $[t_0, t_0 + T]$



Μέση χρονική ταχύτητα: ο αριθμητικός μέσος όρος των στιγμιαίων ταχυτήτων των οχημάτων που διέρχονται από μια διατομή του δρόμου

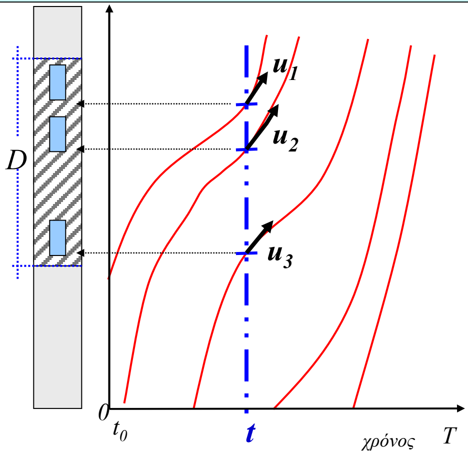
- **Μέση χρονική ταχύτητα**

$$\overline{u}_t(x) = \frac{1}{N(x)} \cdot \sum_{i=1}^{N(x)} u_i(x)$$

$N(x)$: ο αριθμός των οχημάτων από την διατομή x την χρονική περίοδο $[t_0, t_0 + T]$

Μέση Χωρική Ταχύτητα - *στιγμιαία*

<u>Στιγμιαία</u> Μέση χωρική ταχύτητα:
ο αριθμητικός μέσος των στιγμιαίων ταχυτήτων των οχημάτων που κινούνται σε ένα τμήμα του δρόμου σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.



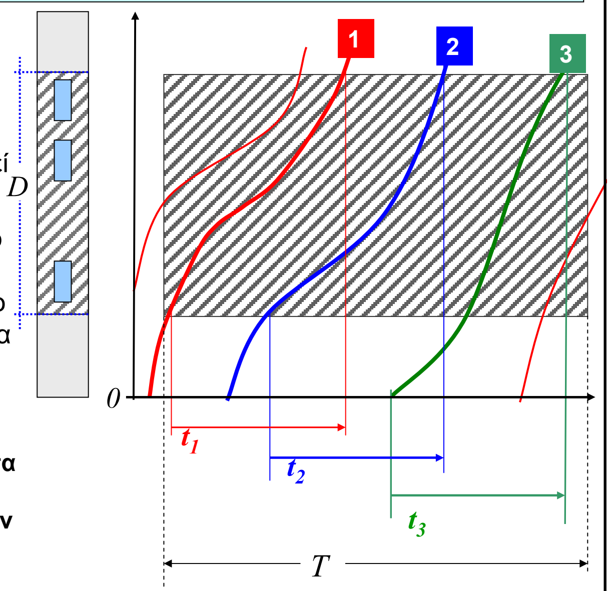
- **Στιγμιαία Μέση χωρική ταχύτητα**

$$\overline{u}'_s(t) = \frac{1}{M(t)} \cdot \sum_{i=1}^{M(t)} u_i(t)$$

<u>Μετρήσεις:</u> Αεροφωτογραφία – μετρήσεις ταχύτητας στις διατομές όπου διέρχονται τα οχήματα την χρονική στιγμή t. => **Θεωρητικό μέγεθος – μη μετρήσιμο**

Μέση Χωρική Ταχύτητα - ορισμός

<u>Μέση χωρική ταχύτητα:</u>
Η ταχύτητα που θα έπρεπε να αναπτυχθεί για να διανυθεί ένα τμήμα του δρόμου D σε ένα χρόνο ίσο με τον μέσο χρόνο διαδρομής όλων των οχημάτων που κινήθηκαν στο τμήμα αυτό, κατά την διάρκεια μιας περιόδου T



⇒ **Η μέση χωρική ταχύτητα υπολογίζεται από τούς χρόνους διαδρομής των οχημάτων**

Μέση Χωρική Ταχύτητα

$$\bar{u}_s = \frac{D}{\bar{t}} = \frac{D}{\frac{1}{N}\cdot\sum_i^N t_i}$$

$$t_i = \frac{D}{u_i}$$

$$\bar{u}_s = \frac{D}{\bar{t}} = \frac{D}{\frac{1}{N}\cdot\sum_i^N \frac{D}{u_i}} = \frac{1}{\frac{1}{N}\cdot\sum_i^N \frac{1}{u_i}}$$

Η μέση χωρική ταχύτητα είναι ο αρμονικός μέσος όρος των στιγμιαίων ταχυτήτων των οχημάτων

Σχέση μεταξύ Μέσης Χωρικής & Μέσης Χρονικής Ταχύτητας

$$\bar{u}_t = \bar{u}_s + \frac{\sigma_s^2}{\bar{u}_s}$$

Υπολογίσθηκε από τον Wardrop

Στην πράξη όμως είναι χρήσιμο να μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση χωρική ταχύτητα από τις μετρήσεις της ταχύτητας οχημάτων που διέρχονται από μια διατομή

$$\bar{u}_s \approx \bar{u}_t - \frac{\sigma_t^2}{\bar{u}_t}$$

Υπολογίσθηκε από τους Haight and Mosher και ισχύει υπό συγκεκριμένες παραδοχές για την κατανομή της ταχύτητας (Pearson III)

Χρονική Κατάληψη

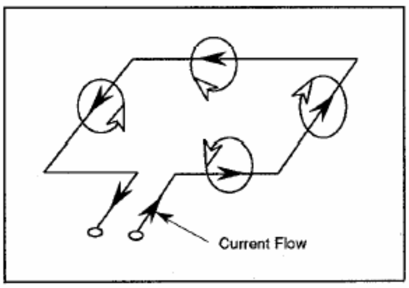
- κυκλοφοριακό μέγεθος που χρησιμοποιείται εναλλακτικά ως προς την πυκνότητα
- Προέκυψε με την χρήση ανιχνευτών επαγωγικού βρόγχου για την μέτρηση του φόρτου

Ο ανιχνευτής αποτελείται από ένα βρόγχο από σύρμα που τοποθετείται στο κατάστρωμα (κάτω από την τελευταία ασφαλτική στρώση) και δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο. Όταν ένα όχημα διέρχεται πάνω από τον ανιχνευτή, παρενοχλεί το πεδίο και κατά συνέπεια γίνεται αντιληπτό από τον ανιχνευτή. Μπορεί να προσδιορισθεί ο χρόνος εισόδου του πρόσθιου τμήματος του οχήματος και ο χρόνος εξόδου του οπισθίου τμήματος του

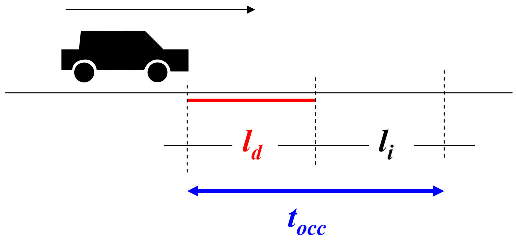
Χρονική Κατάληψη : ο συνολικός χρόνος που ο ανιχνευτής καλύπτεται από οχήματα κατά την διάρκεια μιας περιόδου Τ.

Χρονική Κατάληψη

Inductive loop



Χρονική Κατάληψη



Χρονική Κατάληψη : $occ = \dfrac{\sum_i (t_{occ})_i}{T} = \dfrac{\sum_i (l_i + l_d)/u_i}{T}$

Αν θεωρηθεί ότι όλα τα οχήματα έχουν μήκος l $\quad occ = (l + l_d).\dfrac{1}{T}.\sum_i \dfrac{1}{u_i}$

Χρονική Κατάληψη

$$occ = (l + l_d).\frac{1}{T}.\sum_i \frac{1}{u_i} \quad \Rightarrow$$

$$occ = (l + l_d).\frac{N}{T}.\frac{1}{N}.\sum_i \frac{1}{u_i} = (l + l_d).\frac{q}{\overline{u}_s}$$

Μπορεί να υπολογισθεί από τα μεγέθη occ και q που μετρώνται από τον ανιχνευτή

Από την θεμελιώδη σχέση της κυκλοφορίας $\quad q = \overline{u}_s.k$

Προκύπτει η σχέση κατάληψης - Πυκνότητας $\quad occ = (l + l_d).k$

Μαθηματικές σχέσεις των Βασικών Κυκλοφοριακών Μεγεθών

Θεμελιώδης Σχέση της Κυκλοφοριακής Ροής

$$q = u_s \times k$$

q φόρτος

u_s μέση χωρική ταχύτητα

k πυκνότητα

<u>Προϋποθέσεις</u>

- Τα κυκλοφοριακά μεγέθη είναι στοχαστικά και μόνο σαν **μέσοι όροι** μπορούν να εισαχθούν στην σχέση
- Ικανοποιητικά αποτελέσματα μόνο όταν επικρατούν **σταθερές συνθήκες** σε όλο το οδικό τμήμα

Συνθήκες ελεύθερης ροής οχημάτων, χωρίς επιδράσεις από διασταυρώσεις, σηματοδότηση κλπ.

π.χ. ελεύθεροι λεωφόροι, ή τμήματα αρτηριών έξω από το κέντρο αστικών περιοχών

Ακατάλληλη για αστικά δίκτυα

Σχέση Ταχύτητας και Πυκνότητας – *θεωρητική μορφή*

Όταν $k \rightarrow 0$ u_s *= ταχύτητα ελεύθερης ροής*

Ο οδηγός μπορεί να επιλέξει την ταχύτητα που θα αναπτύξει
Η ταχύτητα αυτή δεν είναι απεριόριστη, αλλά
εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του οδικού χώρου

- Οριζοντιογραφία — *ακτίνες καμπυλότητας*
- Μηκοτομή — *κατά μήκος κλίσεις*
- Διατομή — *λωρίδες κυκλοφορίας*
- Παράπλευρα εμπόδια

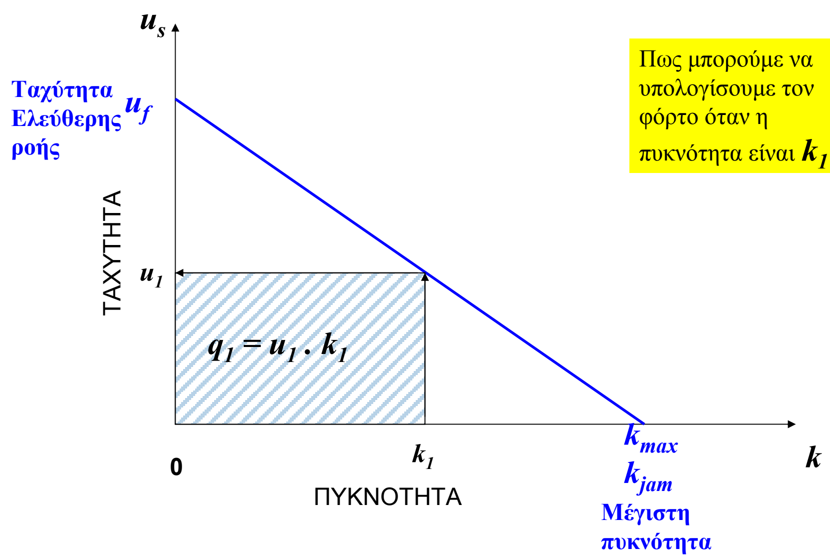
Η ταχύτητα αυτή λέγεται **ταχύτητα ελεύθερης ροής**

Όταν $k \uparrow \rightarrow u_s \downarrow$ Ο οδηγός πρέπει να διατηρεί ικανοποιητικές αποστάσεις από έμπροσθεν, όπισθεν και παράπλευρα κινούμενα οχήματα (ιδίως εάν στο αντίθετο ρεύμα). Επίσης κάνει ελιγμούς προσπέρασης, αλλαγής λωρίδας κλπ.

$\rightarrow$ **Μείωση ταχύτητας**

Όταν $k = k_{max} \rightarrow u_s = 0$ Τα οχήματα βρίσκονται σε στάση

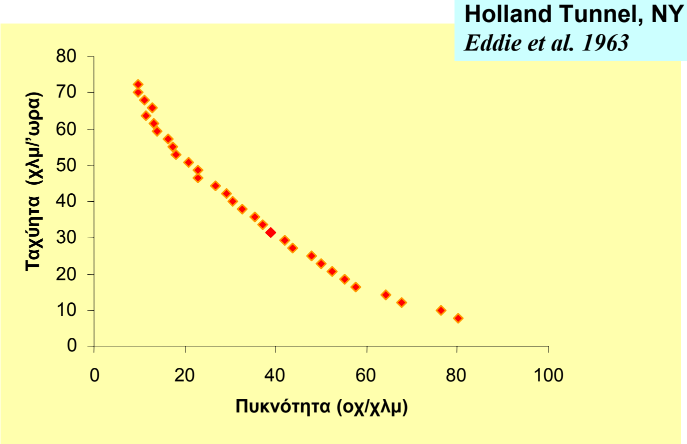
Σχέση Ταχύτητας και Πυκνότητας – *θεωρητική μορφή*



Πως μπορούμε να υπολογίσουμε τον φόρτο όταν η πυκνότητα είναι k_1

Σχέση Ταχύτητας και Πυκνότητας – *εμπειρικά στοιχεία*

Holland Tunnel, NY
Eddie et al. 1963



Σχέση Φόρτου και Ταχύτητας

Μη συμφορημένη περιοχή

Όταν $q \longrightarrow 0$ $\quad u_s =$ ***ταχύτητα ελεύθερης ροής***

Όταν $q \uparrow \rightarrow u_s \downarrow$

Καθώς αυξάνεται ο κυκλοφοριακός φόρτος η ταχύτητα μειώνεται μέχρι το σημείο που ο φόρτος φθάνει την μέγιστη τιμή του q_{max}

Κατάσταση Κυκλοφ. συμφόρησης

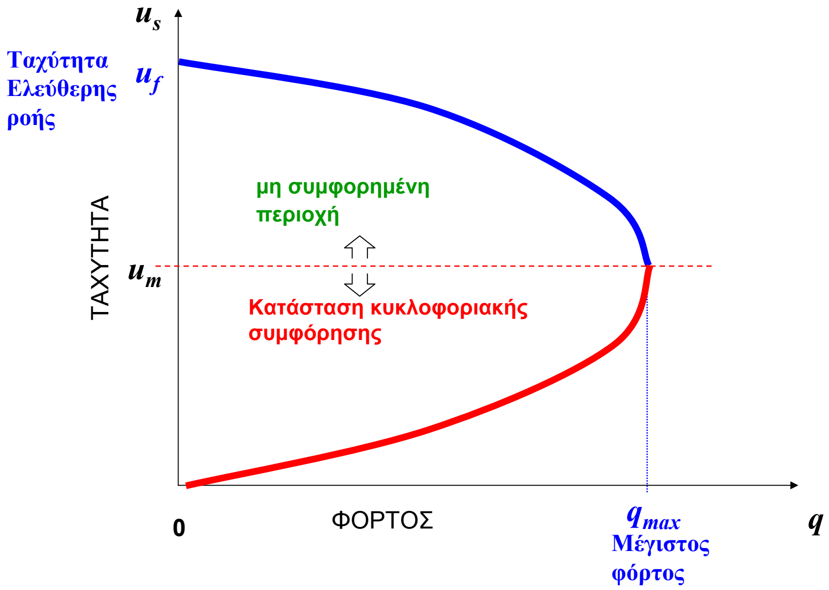
$u_s \downarrow$ & $q \downarrow$

Στη συνέχεια (στην κατάσταση κυκλοφοριακής συμφόρησης) μειώνεται περαιτέρω η ταχύτητα και ταυτόχρονα και η ροή της κυκλοφορίας δηλ. ο φόρτος.

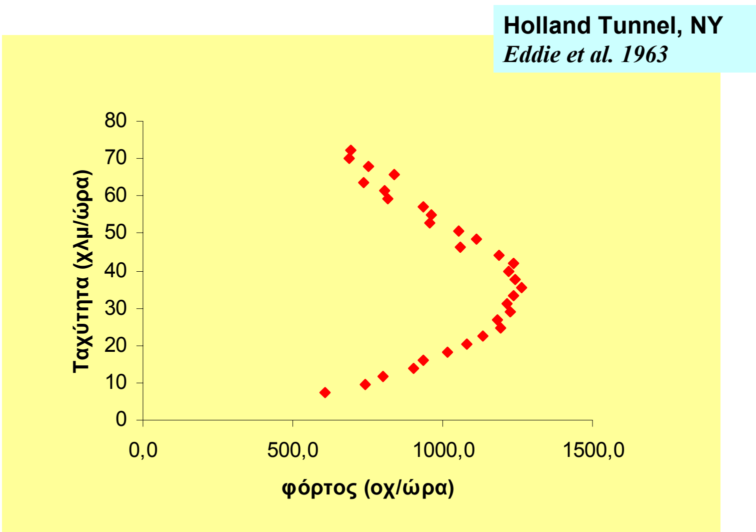
$u_s = 0 \quad q = 0$

Μέχρι την κατάσταση όπου η ταχύτητα μηδενίζεται και η κυκλοφορία διακόπτεται

Σχέση Φόρτου και Ταχύτητας – *θεωρητική μορφή*



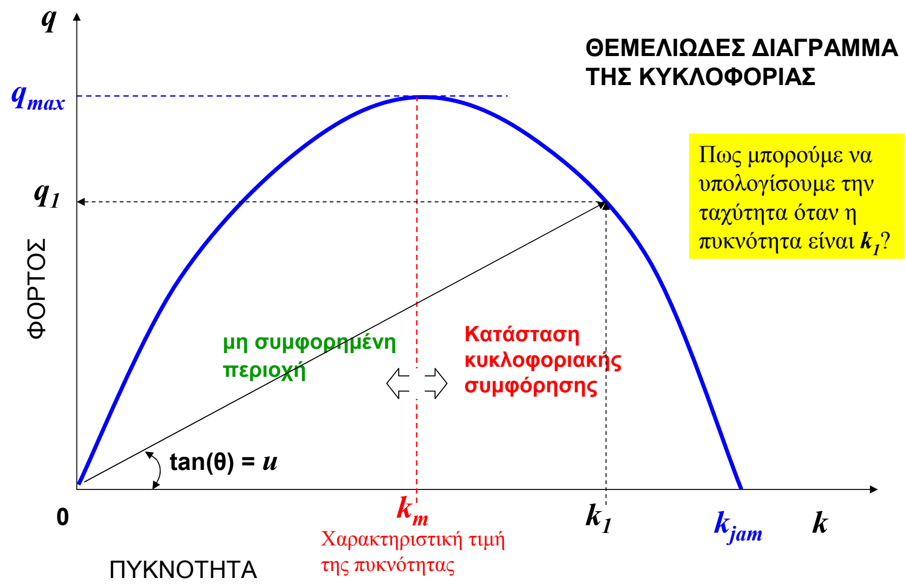
Σχέση Φόρτου και Ταχύτητας – *εμπειρικά στοιχεία*



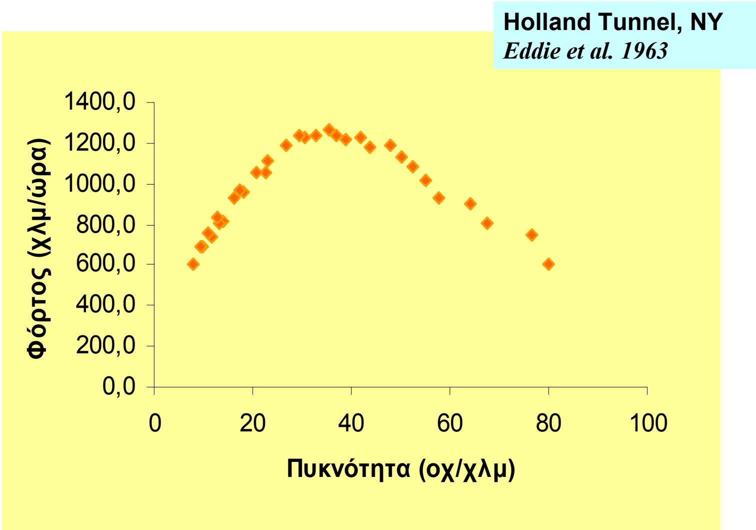
Σχέση Φόρτου και Πυκνότητας

Μη συμφορημένη περιοχή	$q \rightarrow 0 \Leftrightarrow k \rightarrow 0$	δεν υπάρχει κυκλοφορία
	Όταν $k \uparrow \rightarrow q \uparrow$	Καθώς αυξάνεται πυκνότητα, αυξάνεται και ο φόρτος μέχρι το σημείο που ο φόρτος φθάνει την μέγιστη τιμή του q_{max}
Κατάσταση Κυκλοφ. συμφόρησης	$k \uparrow \quad q \downarrow$	Στη συνέχεια (στην κατάσταση κυκλοφοριακής συμφόρησης) περαιτέρω αύξηση της πυκνότητας, συνεπάγεται μείωση του φόρτου.
	$k = k_{max} \quad q = 0$	Μέχρι την κατάσταση όπου η κυκλοφορία διακόπτεται – ο φόρτος μηδενίζεται και η πυκνότητα φθάνει στην μέγιστη τιμή της

Σχέση Φόρτου και Πυκνότητας – *θεωρητική μορφή*



Σχέση Φόρτου και Πυκνότητας – *εμπειρικά στοιχεία*

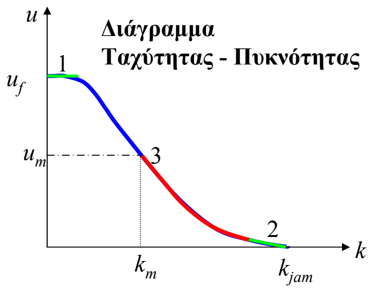


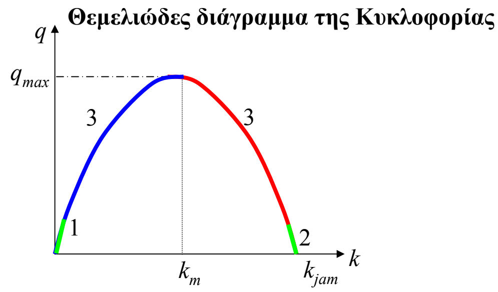
Μακροσκοπικά μοντέλα κυκλοφορίας

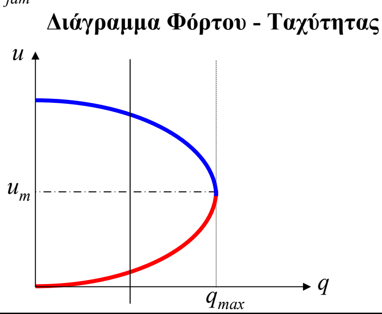
Αναπαριστούν τις θεμελιώδεις σχέσεις μεταξύ των μακροσκοπικών χαρακτηριστικών της κυκλοφορίας για συνθήκες μη διακοπτόμενης ροής

- *Ταχύτητα - Πυκνότητα*
- *Φόρτος - Πυκνότητα*
- *Ταχύτητα - Πυκνότητα*

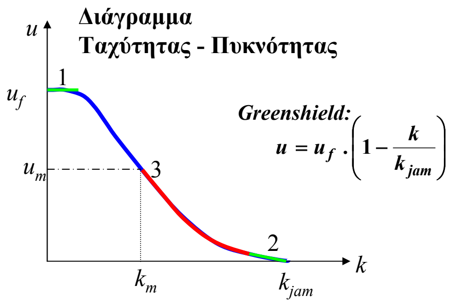
Σχέσεις βασικών κυκλοφοριακών μεγεθών

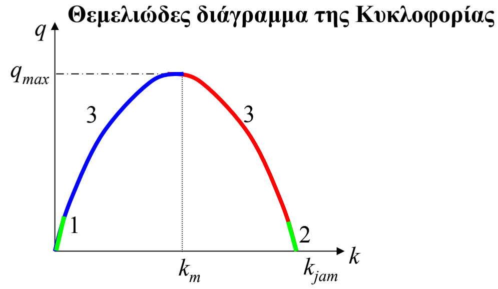






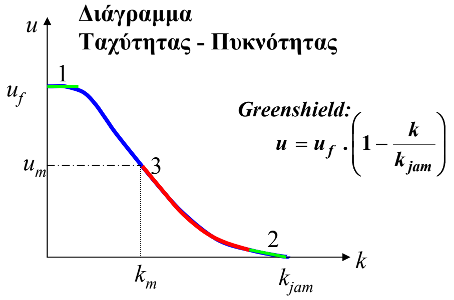
Σχέσεις βασικών κυκλοφοριακών μεγεθών

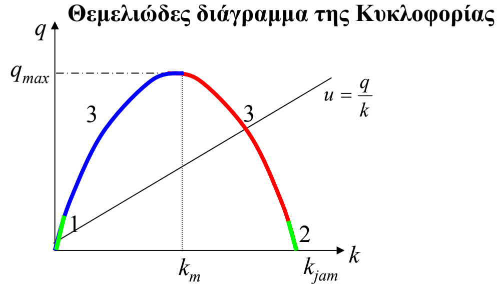




- k_{jam} : μέγιστη πυκνότητα (τα οχήματα είναι σταθμευμένα
- k_{jam} = 1/ (μήκος οχήματος + χωρικό διάκενο)
- $q = u.k$
- $q_{max} = q(k_m)$ ο μέγιστος φόρτος, ή κυκλοφοριακή ικανότητα
- $u_m = u(k_m) = q_{max} / k_m$: η ταχύτητα για μέγιστη παραγωγικότητα

Σχέσεις βασικών κυκλοφοριακών μεγεθών





- $k \in [k_m, k_{jam}]$: συμβαίνει όταν η κυκλοφοριακή ροή σε **κατάντη** οδικό τμήμα είναι «αργή» λόγω κυκλοφοριακής στένωσης (λιγότερες λωρίδες κυκλοφορίας), αργό όχημα κα.
- k_m : η χαρακτηριστική τιμή της πυκνότητας αποτελεί κρίσιμο μέγεθος γιατί ορίζει την αρχή της «ασταθούς» περιοχής της κυκλοφοριακής συμφόρησης. Επιπλέον οχήματα συνεπάγονται μείωση του φόρτου που εξυπηρετείται
- το διάγραμμα (k,q) λέγεται θεμελιώδες γιατί αναπαριστά τις σχέσεις μεταξύ και των τριών μεγεθών

Μακροσκοπικά μοντέλα κυκλοφορίας

Μοντέλα με μονή συναρτησιακή σχέση

Μοντέλο του Greenshield

$$u = u_f \cdot \left(1 - \frac{k}{k_{jam}}\right)$$

$$q = u \cdot k = k \cdot u_f \cdot \left(1 - \frac{k}{k_{jam}}\right)$$

u_f k_{jam} εκτιμώνται από στοιχεία μετρήσεων

Μακροσκοπικά μοντέλα κυκλοφορίας

Μοντέλα απλής συναρτησιακής σχέσης

Μοντέλο του Greenberg

$$u = u_m \,.\, \ln\left(\frac{k}{k_{jam}}\right)$$

u_m : η ταχύτητα στην κατάσταση μέγιστου φόρτου

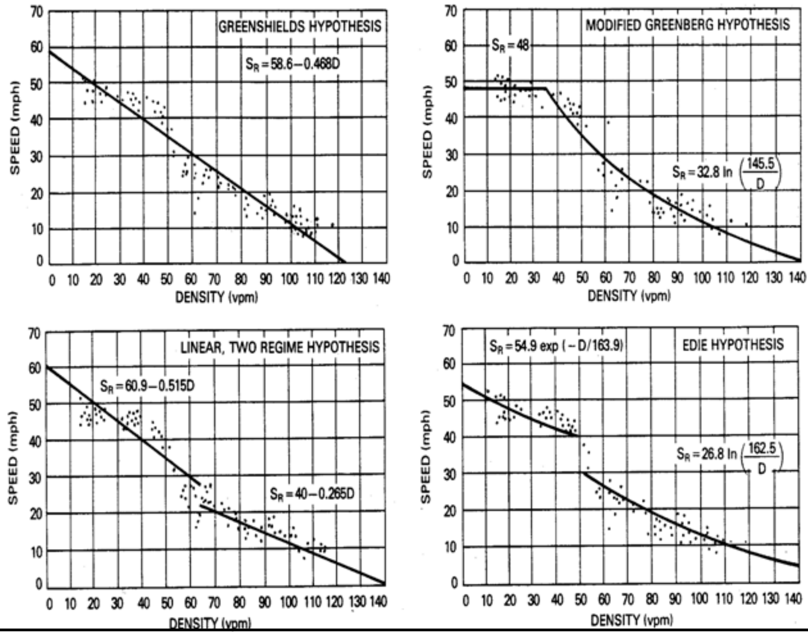
Μοντέλο του Underwood

$$u = u_f \,.\, e^{\left(-k/k_m\right)}$$

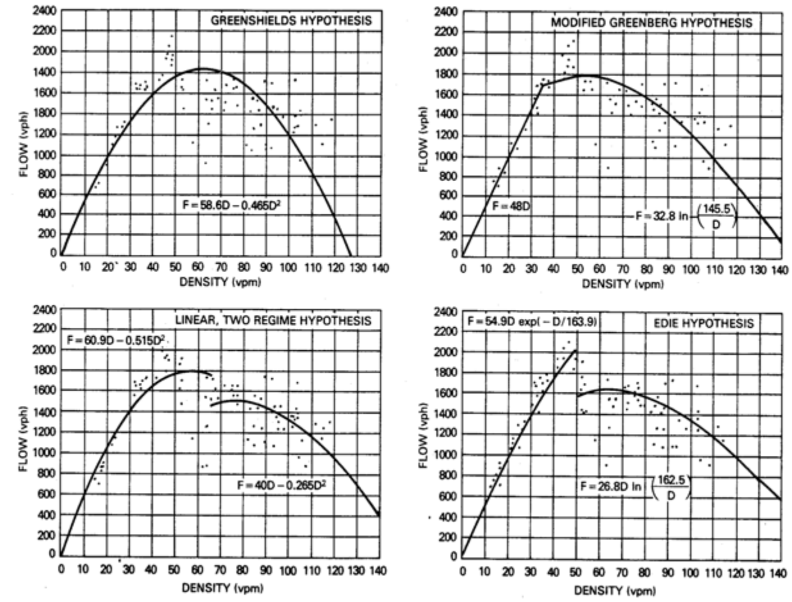
k_m : η πυκνότητα στην κατάσταση μέγιστου φόρτου

u_f k_{jam} k_m εκτιμώνται από στοιχεία μετρήσεων

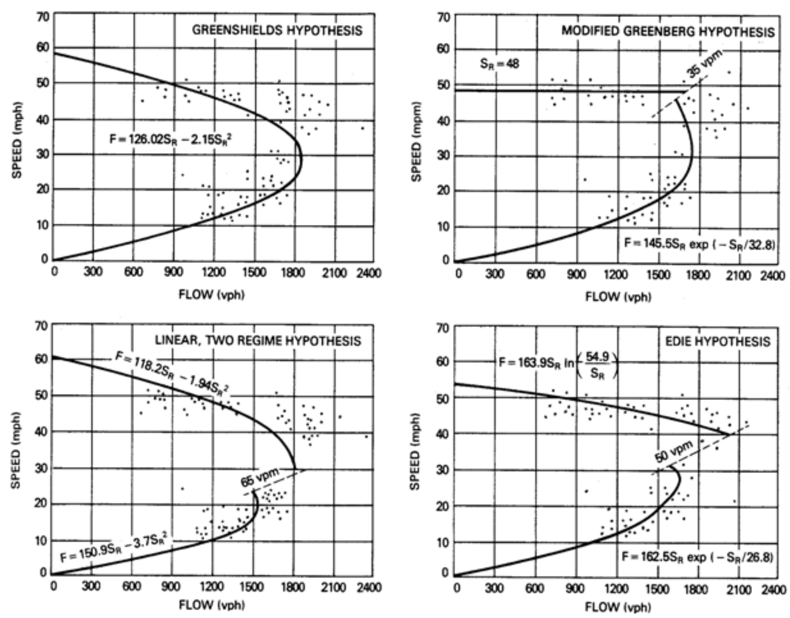
Παραδείγματα Μοντέλων Ταχύτητας - Πυκνότητας



Παραδείγματα Μοντέλων Φόρτου - Πυκνότητας



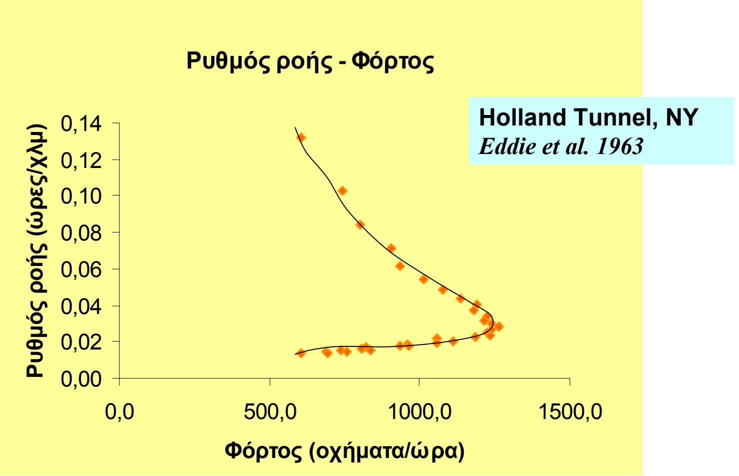
Παραδείγματα Μοντέλων Φόρτου - Ταχύτητας



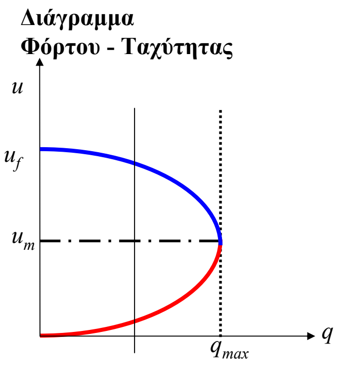
Σχέση Φόρτου και ρυθμού κίνησης – *εμπειρικά στοιχεία*

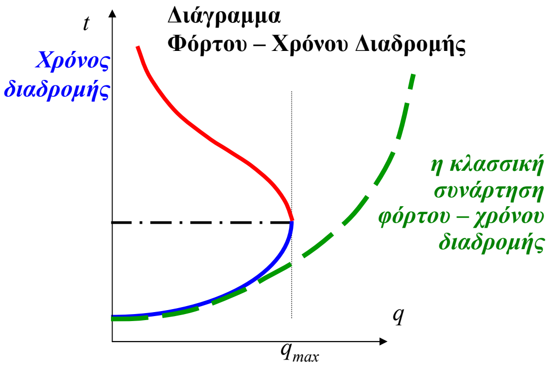
Ρυθμός Κίνησης (pace) = χρόνος που απαιτείται για να διανυθεί μια μονάδα μήκους

$$\textbf{Ρυθμός Κίνησης (pace)} = \frac{1}{\text{ταχύτητα}}$$



Σχέση Χρόνου Μετακίνησης – Φόρτου





- Γενικά ο φόρτος q δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ανεξάρτητη μεταβλητή
- μπορεί όμως να χρησιμοποιηθεί στην συνάρτηση φόρτου – χρόνου διαδρομής

Κλασσική συνάρτηση φόρτου – χρόνου διαδρομής

Η συνάρτηση του
Davidson

$$t(q) = t(0).\left[1 + a.\frac{q}{q-c}\right]$$

Η συνάρτηση του
US Bureau of Public Roads

$$t(q) = t(0).\left[1 + a.\left(\frac{q}{c}\right)^{b}\right]$$