

# 4

## κατανομή των μετακινήσεων

### ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

εισαγωγή

#### το υπό διερεύνηση θέμα:

πόσες μετακινήσεις ξεκινούν από την ζώνη  $i$  και καταλήγουν στην ζώνη  $j$ ?



Ανάλυση κατά ζώνη



**Αθροιστικά μοντέλα**  
(*aggregate models*)

Ποιόν προορισμό θα επιλέξει ένας μετακινούμενος που ξεκινάει από την ζώνη  $i$ ? Ποια είναι η πιθανότητα ότι θα επιλέξει σαν προορισμό την ζώνη  $j$ ?



Ανάλυση κατά άτομο

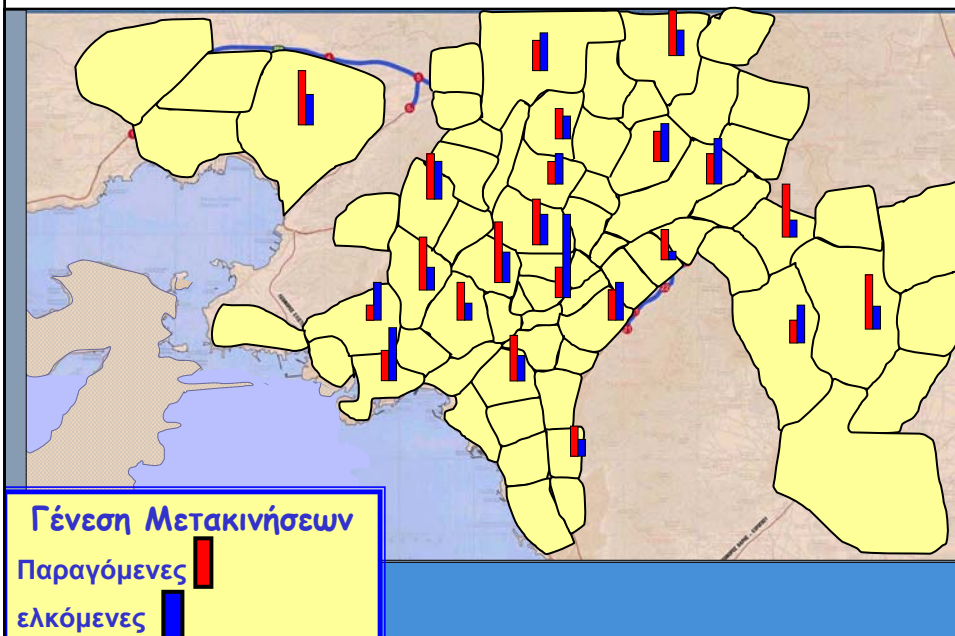
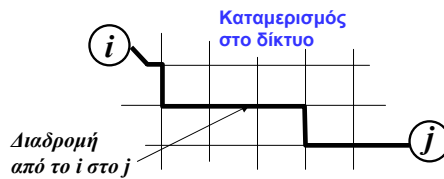
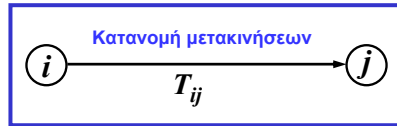
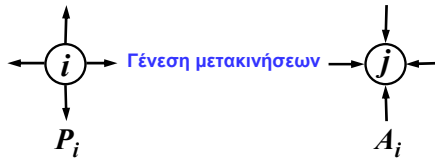


**Εξατομικευμένα μοντέλα**  
(*disaggregate models*)

## Κατανομή των μετακινήσεων

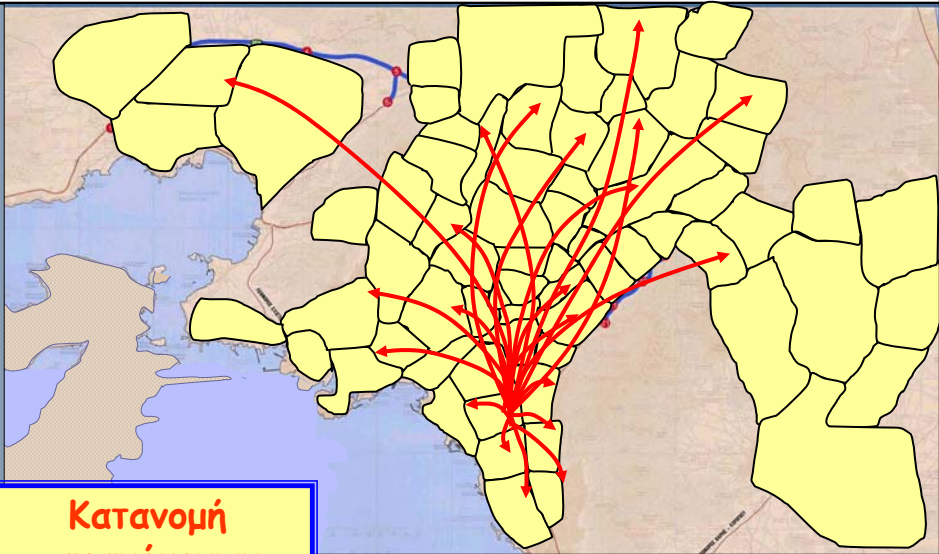
Η διαδικασία με την οποία, για κάθε ζώνη εκτιμάται:

- από που προέρχονται οι μετακινήσεις (δηλ. ποιές είναι οι ζώνες προέλευσης τους) που προσελκύονται στην ζώνη  $j$ , και
- που καταλήγουν οι μετακινήσεις (ποιος είναι ο προορισμός τους) που παράγονται στην ζώνη  $j$



ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

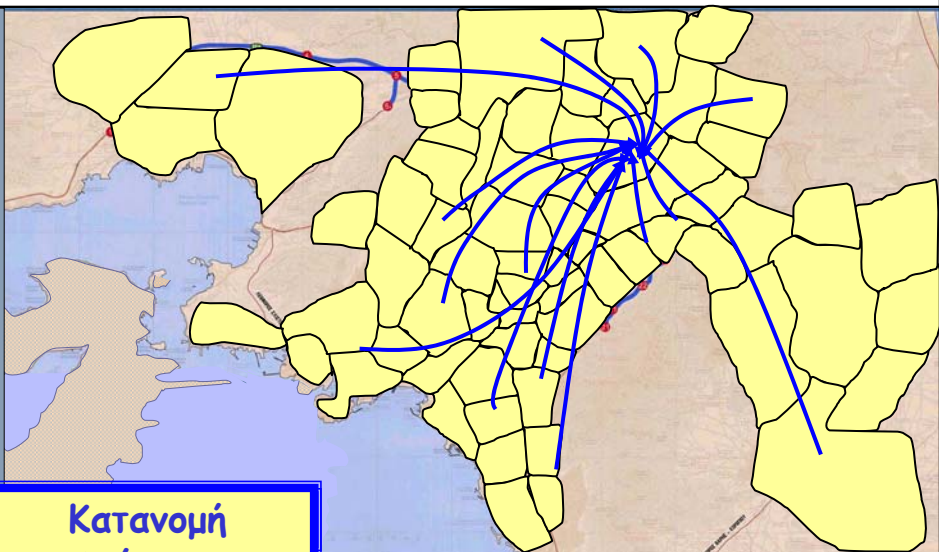
εισαγωγή



**Κατανομή  
παραγόμενων  
μετακινήσεων**

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

εισαγωγή



**Κατανομή  
ελκόμενων  
μετακινήσεων**

ορισμός του προβλήματος

Η διαδικασία της κατανομής των μετακινήσεων

- Προβλέπει από πού ξεκινούν τα ταξίδια και πού καταλήγουν
- Υπολογίζει τον αριθμό των μετακινήσεων μεταξύ κάθε ζεύγους Προέλευσης – Προορισμού  
 $T_{ij}$  : μετακινήσεις από ζώνη  $i$  (προέλευση) στη ζώνη  $j$  (προορισμός)
- Ο αριθμός των μετακινήσεων εξαρτάται από την ελκυστικότητα της ζώνης προορισμού:
  - χρήσεις γης,
  - μέγεθος,
  - χρόνος/κόστος μετακίνησης από την ζώνη προέλευσης στη ζώνη προορισμού

**Με δεδομένα τα ακόλουθα :**

- Αριθμός των μετακινήσεων,  $O_i$  που παράγονται σε κάθε ζώνη  $i$  της περιοχής μελέτης.
- Αριθμός των μετακινήσεων  $D_j$  που έλκονται από κάθε ζώνη  $j$  της περιοχής μελέτης.
- Η επιβάρυνση που δέχεται ο μετακινούμενος για την μετακίνηση από την ζώνη  $i$  στην ζώνη  $j$ , δηλαδή ο χρόνος διαδρομής  $t_{ij}$ , ή το γενικευμένο κόστος μετακίνησης  $c_{ij}$

**Ζητείται:**

- Ο αριθμός των μετακινήσεων από την ζώνη  $i$  στην ζώνη  $j$ ,  $T_{ij}$

πίνακας Προέλευσης – Προορισμού (Π-Π)

- Η μορφή των μετακινήσεων αναπαρίσταται από τον πίνακα Προέλευσης – Προορισμού.
- Οι γραμμές και οι στήλες αναπαριστούν κάθε μια από τις ζώνες της περιοχής μελέτης.
- Τα κελιά κάθε γραμμής περιλαμβάνουν τα ταξίδια που έχουν σαν προέλευση την συγκεκριμένη ζώνη και προορισμούς τις ζώνες στις αντίστοιχες στήλες.
- Τα διαγώνια κελιά αναπαριστούν τις ενδοζωνικές επιχειρήσεις.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΕΛΕΥΣΗΣ - ΠΡΟΟΡΙΣΜΟΥ

Έλξεις -- προς ζώνη

Παραγωγές - από ζώνη	1	2	3		j		z	$\sum_j T_{ij}$
1	$T_{11}$	$T_{12}$	$T_{13}$	.....	$T_{1j}$	.....	$T_{1z}$	$O_1$
2	$T_{21}$	$T_{22}$	$T_{23}$	.....	$T_{2j}$	.....	$T_{2z}$	$O_2$
3	$T_{31}$	$T_{32}$	$T_{33}$	.....	$T_{3j}$	.....	$T_{3z}$	$O_3$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
i	$T_{i1}$	$T_{i2}$	$T_{i3}$	.....	$T_{ij}$	.....	$T_{iz}$	$O_i$
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮		⋮	⋮
z	$T_{z1}$	$T_{z2}$	$T_{z3}$	.....	$T_{zj}$	.....	$T_{zz}$	$O_z$
$\sum_i T_{ij}$	$D_1$	$D_2$	$D_3$		$D_j$		$D_z$	$\sum_{i,j} T_{ij} = T$

πίνακες Προέλευσης – Προορισμού (Π-Π)

- Το άθροισμα όλων των ταξιδιών  $T_{ij}$  μεταξύ της ζώνης  $i$  και  $j$  για όλες τις ζώνες προέλευσης μετακινήσεων είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό των μετακινήσεων  $D_j$  που έλκονται στην ζώνη  $j$ .

$$\sum_i T_{ij} = D_j$$

- Το άθροισμα όλων των ταξιδιών  $T_{ij}$  μεταξύ της ζώνης  $i$  και όλων των προορισμών  $j$ , είναι ίσο με τον συνολικό αριθμό των μετακινήσεων που παράγονται από την ζώνη  $i$ .

$$\sum_j T_{ij} = O_i$$

- Το άθροισμα όλων των μετακινήσεων  $T_{ij}$  από όλες τις ζώνες προέλευσης  $i$  προς όλες τις ζώνες προορισμού  $j$ , είναι ίσο με το σύνολο όλων των παραγόμενων μετακινήσεων, και με το σύνολο όλων των προσελκυσόμενων μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης

$$\sum_i \sum_j T_{ij} = \sum_i O_i = \sum_j D_j$$

πίνακες Προέλευσης – Προορισμού (Π-Π)

- Ένας πίνακας Π-Π μπορεί να επιμερισθεί σε πίνακες, για παράδειγμα ανά σκοπό μετακίνησης, ανά μέσο μετακίνησης κλπ.
- Πίνακες χρησιμοποιούνται επίσης για να αναπαραστήσουν τους χρόνους/κόστος διαδρομής ανά ζεύγος προέλευσης-προορισμού
- Το κόστος διαδρομής μπορεί να εκφράζεται σε μονάδες απόστασης, χρόνου ή κόστους. Συνήθως χρησιμοποιείται ένα μέγεθος που συνδυάζει όλα αυτά τα χαρακτηριστικά του ταξιδιού που σχετίζονται με την επιβάρυνση (*disutility*) που δέχεται ο μετακινούμενος. Το μέγεθος αυτό συνήθως αναφέρεται ως **γενικευμένο κόστος μετακίνησης**

γενικευμένο κόστος μετακίνησης

Το γενικευμένο κόστος μετακίνησης εκφράζεται συνήθως σαν γραμμική συνάρτηση των χαρακτηριστικών της μετακίνησης.

$$c_{ij} = a_1 \cdot t_{ij}^v + a_2 \cdot t_{ij}^w + a_3 \cdot t_{ij}^t + a_4 \cdot t_{ij}^n + a_5 \cdot F_{ij} + a_6 \cdot \phi_j + \delta$$

$t_{ij}^v$  ο χρόνος εντός του οχήματος

$t_{ij}^w$  ο χρόνος πρόσβασης (προς και από στάση)

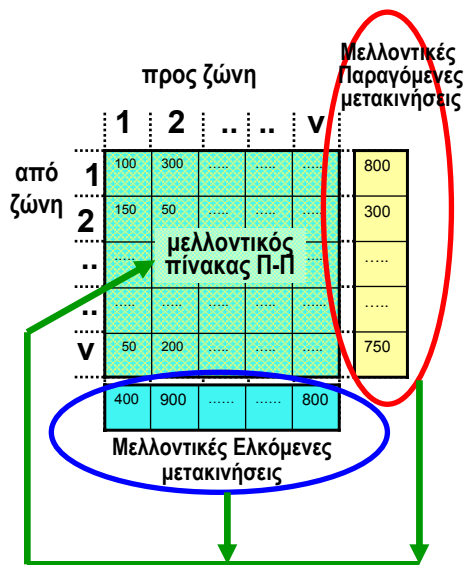
$t_{ij}^t$  ο χρόνος αναμονής στην στάση

$t_{ij}^n$  ο χρόνος μετεπιβίβασης

$F_{ij}$  το χρηματικό κόστος (κόμιστρο, καύσιμο)

$\phi_j$  το κόστος στο τερματικό κόστος (π.χ. παρκινγκ)

$\delta$  επιβάρυνση που σχετίζεται με το μέσο (π.χ. άνεση)



- Η διαδικασία της κατανομής των μετακινήσεων χρησιμοποιείται για να προβλέψουμε τον μελλοντικό πίνακα Π – Π.
- Στο προηγούμενο στάδιο της διαδικασίας του σχεδιασμού των μεταφορών, δηλ. στο στάδιο της γένεσης των μετακινήσεων κάνουμε προβλέψεις των μελλοντικών μετακινήσεων που θα παράγονται και θα έλκονται από κάθε ζώνη.
- Στο στάδιο της κατανομής των μετακινήσεων οι μελλοντικές παραγόμενες  $O_i$  και ελκόμενες  $D_j$  μετακινήσεις χρησιμοποιούνται για να προβλέψουμε τον μελλοντικό πίνακα Π-Π.
- Οι τιμές των κελιών του μελλοντικού πίνακα θα πρέπει να υπόκεινται στους περιορισμούς

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad \sum_j T_{ij} = O_i$$

$$\sum_i \sum_j T_{ij} = \sum_i O_i = \sum_j D_j$$

### Μέθοδοι ανάλυσης της κατανομής των μετακινήσεων

- **Μοντέλα του Συντελεστή Ανάπτυξης**  
(*growth factor models*)
- **Μοντέλα Βαρύτητας**  
(*Gravity Models*)

## Μέθοδοι συντελεστή ανάπτυξης

### □ Βασική Παραδοχή :

Η **σημερινή μορφή** της κατανομής των μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης θα **παραμείνει η ίδια** στο μέλλον και ο αριθμός των μετακινήσεων θα μεταβληθεί κατά ένα σταθερό συντελεστή.

$$T_{ij} = F^0 \cdot T_{ij}^0$$

$T_{ij}$  ο μελλοντικός αριθμός μετακινήσεων από ζώνη  $i$  στην ζώνη  $j$

$T_{ij}^0$  ο αντίστοιχος αριθμός μετακινήσεων για το έτος βάση (υπάρχουσα κατάσταση)

$F^0$  ο συντελεστής ανάπτυξης

### □ Δίδονται

- Ο πίνακας Π-Π,  $T_{ij}^0$  για το έτος βάση (υφιστάμενη κατάσταση)
- Μελλοντικός αριθμός παραγόμενων μετακινήσεων από κάθε ζώνη  $i$ ,  $O_i$ , (από το μοντέλο γένεσης των μετακινήσεων)
- Μελλοντικός αριθμός παραγόμενων μετακινήσεων από κάθε ζώνη  $j$ ,  $D_j$ , (από το μοντέλο γένεσης των μετακινήσεων)

### □ Ζητείται

- Ο μελλοντικός πίνακας Π-Π

### □ Μέθοδοι – Μορφές Προτύπων

- Μέθοδος ομοιόμορφου συντελεστή ανάπτυξης  
(*Uniform Growth Factor*)
- Μέθοδος απλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης  
(*Singly Constrained Growth Factor*)
- Μέθοδος διπλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης  
(*Doubly Constrained Growth Factor – Fratar Method*)



Μέθοδος ομοιόμορφου συντελεστή ανάπτυξης

- Η απλούστερη μορφή, κατά την οποία χρησιμοποιείται ο ίδιος συντελεστής για όλα τα ζεύγη Π-Π, δηλ. ο ίδιος συντελεστής εφαρμόζεται σε όλα τα κελιά του πίνακα Π-Π.

$$T_{ij} = F^0 \cdot T_{ij}^0$$

$$F^0 = \frac{\text{Συνολικός αριθμός μελλοντικών μετακινήσεων}}{\text{Συνολικός αριθμός μετακινήσεων στο έτος βάση}}$$

- Η παραδοχή της ομοιόμορφης ανάπτυξης δεν είναι ρεαλιστική, εκτός για πολύ βραχυπρόθεσμες προβλέψεις, δηλ. 1- 2 χρόνια.

παράδειγμα

Μέθοδος ομοιόμορφου συντελεστή ανάπτυξης

παράδειγμα

Δίδεται ο πίνακας Π-Π για το έτος βάσης.

Η περιοχή μελέτης έχει 4 ζώνες και ο συνολικός αριθμός των μετακινήσεων θεωρείται γραμμική συνάρτηση του μέσου εισοδήματος στην περιοχή μελέτης.

Ζητείται να υπολογισθεί ο μελλοντικός πίνακας Π-Π όταν το μέσο εισόδημα στην περιοχή θα είναι υψηλότερο κατά 20% του εισοδήματος στο έτος βάση

$T_{ij}^0$

Υφιστάμενη κατάσταση					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\Sigma_i$	205	355	455	620	1635

Μελλοντικός Πίνακας με συντελεστή $F^0 = 1,2$					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	6	60	120	240	426
2	60	6	120	360	546
3	60	120	6	120	306
4	120	240	300	24	684
$\Sigma_i$	246	426	546	744	1962

$$T_{ij} = F^0 \cdot T_{ij}^0$$

## Μέθοδος του απλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης

- Χρησιμοποιείται όταν έχει εκτιμηθεί η αύξηση του αριθμού του μετακινήσεων που ξεκινούν από κάθε ζώνη, δηλ. όταν από τα μοντέλα γένεσης των μετακινήσεων έχει υπολογισθεί ο συνολικός αριθμός των μελλοντικών μετακινήσεων  $O_i$  που παράγονται από κάθε ζώνη.

$$T_{ij} = F_i^0 \cdot T_{ij}^0$$

$F_i^0$  ο συντελεστής ανάπτυξης πού υπολογίζεται από την σχέση

$$F_i^0 = \frac{O_i}{O_i^0}$$

όπου

$O_i^0$  ο συνολικός αριθμός των μετακινήσεων που παράγονται από την ζώνη  $i$  στο έτος βάση

$O_i$  ο συνολικός αριθμός των μελλοντικών μετακινήσεων που προβλέπεται ότι θα παράγονται από την ζώνη  $i$ .

## Μέθοδος του απλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης

- Αντίστοιχα όταν έχει εκτιμηθεί η αύξηση του αριθμού του μετακινήσεων που καταλήγουν σε κάθε ζώνη, δηλ. όταν από τα μοντέλα γένεσης των μετακινήσεων έχει υπολογισθεί ο συνολικός αριθμός των μελλοντικών μετακινήσεων  $D_j$  που έλκονται από κάθε ζώνη.

$$T_{ij} = F_j^0 \cdot T_{ij}^0$$

$F_j^0$  ο συντελεστής ανάπτυξης πού υπολογίζεται από την σχέση

$$F_j^0 = \frac{D_j}{D_j^0}$$

όπου

$D_j^0$  ο συνολικός αριθμός των μετακινήσεων που έλκονται από την ζώνη  $j$  στο έτος βάση

παράδειγμα

$D_j$  ο συνολικός αριθμός των μελλοντικών μετακινήσεων που προβλέπεται ότι θα έλκονται από την ζώνη  $j$ .

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:**

**Μέθοδοι συντελεστή ανάπτυξης**

**Μέθοδος του απλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης**

**Παράδειγμα – περιορισμός στις ζώνες προέλευσης**

Δίδεται ο πίνακας Π-Π για το έτος βάσης και προβλέψεις των μελλοντικών μετακινήσεων που θα παράγονται στις ζώνες προέλευσης των μετακινήσεων  
Ζητείται ο μελλοντικός πίνακας Π-Π

Υφιστάμενη κατάσταση					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\Sigma_i$	205	355	455	620	1635

Μελλοντικά $O_i$		Συντελεστής
1	400	1,127
2	460	1,011
3	400	1,569
4	702	1,232
$\Sigma_i$	1962	

Μελλοντικός Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	6	56	113	225	400
2	51	5	101	303	460
3	78	157	8	157	400
4	123	246	308	25	702
$\Sigma_i$	257,8	464,6	529,5	710,1	1962

$$T_{ij}^0$$

$$O_i^0$$

$$F_i^0 = \frac{O_i}{O_i^0}$$

$$T_{ij} = F_i^0 \cdot T_{ij}^0$$

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:**

**Μέθοδοι συντελεστή ανάπτυξης**

**Μέθοδος του απλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης**

**Παράδειγμα – περιορισμός στις ζώνες προορισμού**

Δίδεται ο πίνακας Π-Π για το έτος βάσης και προβλέψεις των μελλοντικών μετακινήσεων που θα έλκονται από τις ζώνες προορισμού των μετακινήσεων

Ζητείται ο μελλοντικός πίνακας Π-Π

$$T_{ij}^0$$

$$D_j^0$$

$$F_j^0 = \frac{D_j}{D_j^0}$$

$$T_{ij} = F_j^0 \cdot T_{ij}^0$$

Υφιστάμενη κατάσταση					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\Sigma_i$	205	355	455	620	1635
Μελλοντικά $D_j$	300	450	600	700	
Συντελεστής	1,46341	1,26761	1,31868	1,12903	

Μελλοντικός Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	$\Sigma_j$
1	7	63	132	226	428
2	73	6	132	339	550
3	73	127	7	113	319
4	146	254	330	23	752
$\Sigma_i$	300	450	600	700	2050
Μελλοντικά $D_j$	300	450	600	700	

## Μέθοδος του διπλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης

- Χρησιμοποιείται όταν έχει εκτιμηθεί όχι μόνο η αύξηση του αριθμού του μετακινήσεων που ξεκινούν από κάθε ζώνη, αλλά και η αύξηση του αριθμού των μετακινήσεων που καταλήγουν από κάθε ζώνη. Δηλ. όταν από τα μοντέλα γένεσης των μετακινήσεων έχει υπολογισθεί ο συνολικός αριθμός των μελλοντικών μετακινήσεων  $O_i$  που παράγονται από κάθε ζώνη, και ο συνολικός αριθμός  $D_j$ , των μελλοντικών μετακινήσεων που έλκονται από κάθε ζώνη.
- Ο πιο διαδεδομένος αλγόριθμος επίλυσης (μέθοδος Furness) χρησιμοποιεί μια επαναληπτική όππου σε κάθε επανάληψη επιχειρείται:
  - το άθροισμα κάθε γραμμής του πίνακα να είναι ίσο με το σύνολο των μελλοντικών μετακινήσεων  $O_i$  που προέρχονται από την συγκεκριμένη ζώνη
  - Το άθροισμα κάθε στήλης του πίνακα να είναι ίσο με το σύνολο των μελλοντικών μετακινήσεων  $D_j$  που καταλήγουν στην συγκεκριμένη ζώνη

### **Επαναληπτική διαδικασία εξισορρόπησης γραμμών και στήλων του πίνακα Π-Π εφαρμόζοντας κατάλληλους συντελεστές:**

1. Εξισορρόπηση γραμμών του πίνακα Π-Π. Πολλαπλασίασε με τον συντελεστή προσαρμογής κάθε γραμμής έτσι ώστε το σύνολο των κελιών μιας γραμμής να είναι ίσο με το σύνολο των μετακινήσεων που παράγονται από την ζώνη που αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη γραμμή.
2. Εξισορρόπηση στήλων του πίνακα Π-Π. Πολλαπλασίασε με τον συντελεστή προσαρμογής κάθε στήλης έτσι ώστε το άθροισμα κάθε στήλης να είναι ίσο με το σύνολο των μετακινήσεων που έλκονται από την ζώνη που αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη στήλη.
3. Έλεγχος σύγκλισης. Εάν οι τιμές των συντελεστών είναι μέσα σε προκαθορισμένα όρια (π.χ.  $0.95 < F < 1.05$ , όπου  $F$  είναι ο συντελεστής προσαρμογής), τερμάτισε την διαδικασία, αλλιώς πήγαινε στο βήμα 1, και συνέχισε μέχρι να εξασφαλισθεί το όριο σύγκλισης.

## 1η επανάληψη

$$A_i^{(1)} = \frac{O_i}{\sum_j T_{ij}^0}$$

$$TT_{ij}^1 = T_{ij}^0 \cdot A_i^{(1)}$$

Εξισορρόπηση γραμμής  
(σύνολο προελεύσεων)

$$B_j^{(1)} = \frac{D_j}{\sum_i TT_{ij}^1}$$

$$T_{ij}^{(1)} = TT_{ij}^1 \cdot B_j^{(1)}$$

Εξισορρόπηση στήλης  
(σύνολο προορισμών)

## 2η επανάληψη

$$A_i^{(2)} = \frac{O_i}{\sum_j T_{ij}^{(1)}}$$

$$TT_{ij}^2 = T_{ij}^{(1)} \cdot A_i^{(2)}$$

Εξισορρόπηση γραμμής  
(σύνολο προελεύσεων)

$$B_j^{(2)} = \frac{D_j}{\sum_i TT_{ij}^2}$$

$$T_{ij}^{(2)} = TT_{ij}^2 \cdot B_j^{(2)}$$

Εξισορρόπηση στήλης  
(σύνολο προορισμών)

## κ+1η επανάληψη

$$A_i^{(k+1)} = \frac{O_i}{\sum_j T_{ij}^{(k)}}$$

$$TT_{ij}^{k+1} = T_{ij}^{(k)} \cdot A_i^{(k+1)}$$

Εξισορρόπηση γραμμής  
(σύνολο προελεύσεων)

$$B_j^{(k+1)} = \frac{D_j}{\sum_i TT_{ij}^{k+1}}$$

$$T_{ij}^{(k+1)} = TT_{ij}^{k+1} \cdot B_j^{(k+1)}$$

Εξισορρόπηση στήλης  
(σύνολο προορισμών)

$$A_i^{(n)}, B_j^{(n)}$$

Οι συντελεστές ανάπτυξης/ εξισορρόπησης- παραγόμενων-και-ελκόμενων μετακινήσεων αντίστοιχα, για την επανάληψη  $n$

[παράδειγμα](#)

Μέθοδος του διπλά περιορισμένου συντελεστή ανάπτυξης

παράδειγμα

Δίδεται ο πίνακας Π-Π για το έτος βάσης.

Από τα μοντέλα γένεσης των μετακινήσεων έχουν υπολογισθεί οι μελλοντικές μετακινήσεις που προβλέπεται ότι θα παράγονται και θα έλκονται από τις ζώνες της περιοχής μελέτης.

Ζητείται ο μελλοντικός πίνακας Π-Π

Υφιστάμενη κατάσταση						Μελλοντικά $O_i$
	1	2	3	4	$\Sigma_j$	
1	5	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\Sigma_i$	205	355	455	620	1635	
Μελλοντικά $D_j$	260	400	500	802		1962

**Υφιστάμενη κατάσταση**

$T_{ij}^0$	1	2	3	4	$\Sigma_j$	Μελλοντικά $O_i$	Συντελεστής εξισορροπ. $O_i$
1	5	50	100	200	355	400	1,127
2	50	5	100	300	455	460	1,011
3	50	100	5	100	255	400	1,569
4	100	200	250	20	570	702	1,232
$\Sigma_i$	205	355	455	620	1635		
Μελλοντικά $D_j$	260	400	500	802		1962	

**1η επανάληψη (γραμμές)**

	1	2	3	4	$\Sigma_j$	Μελλοντικά $O_i$	Συντελεστής εξισορροπ. $O_i$
1	6	56	113	225	299	400	0,964
2	51	5	101	303	460	460	0,932
3	78	157	8	157	400	400	1,003
4	123	246	308	25	702	702	1,072
$\Sigma_i$	258	465	530	710,14	1962		
Μελλοντικά $D_j$	260	400	500	802		1962	
Συντελεστής εξισορροπ. $D_j$	1,009	0,861	0,944	1,129			

**2η επανάληψη (γραμμές)**

	1	2	3	4	$\Sigma_j$	Μελλοντικά $O_i$	Συντελεστής εξισορροπ. $O_i$
1	5	47	103	245	400	400	0,964
2	48	4	89	319	460	460	0,932
3	79	135	7	178	400	400	1,003
4	133	227	312	30	702	702	1,072
$\Sigma_i$	266	414	511	772	1962		
Μελλοντικά $D_j$	260	400	500	802		1962	
Συντελεστής εξισορροπ. $D_j$	0,979	0,967	0,979	1,039			

**3η επανάληψη (γραμμές)**

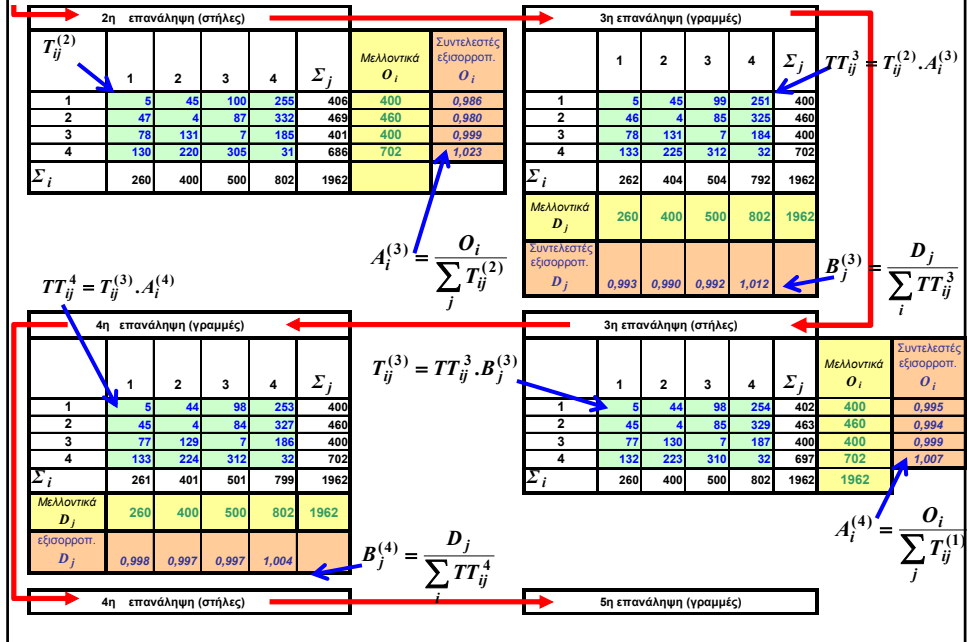
	1	2	3	4	$\Sigma_j$	Μελλοντικά $O_i$	Συντελεστής εξισορροπ. $O_i$
1	6	49	106	255	415	400	0,964
2	51	4	95	343	493	460	0,932
3	79	135	7	177	399	400	1,003
4	124	212	291	28	655	702	1,072
$\Sigma_i$	260	400	500	802	1962		
Μελλοντικά $O_i$						1962	
Συντελεστής εξισορροπ. $O_i$							

**Formulas:**

- $TT_{ij}^1 = T_{ij}^0 \cdot A_i^{(1)}$
- $A_i^{(1)} = \frac{O_i}{\sum_j T_{ij}^0}$
- $B_j^{(1)} = \frac{D_j}{\sum_i TT_{ij}^1}$
- $TT_{ij}^2 = TT_{ij}^1 \cdot B_j^{(1)}$
- $B_j^{(2)} = \frac{D_j}{\sum_i TT_{ij}^2}$
- $A_i^{(2)} = \frac{O_i}{\sum_j TT_{ij}^{(2)}}$

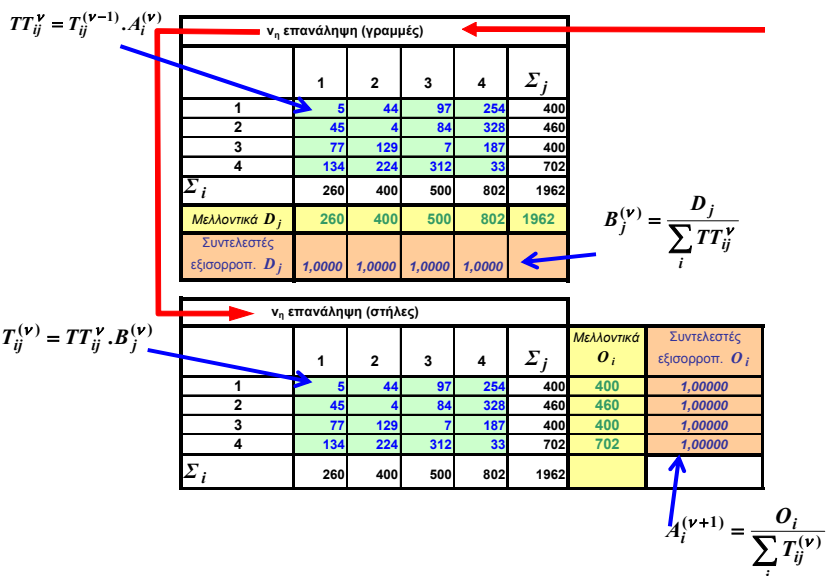
## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Μέθοδοι συντελεστή ανάπτυξης



## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Μέθοδοι συντελεστή ανάπτυξης



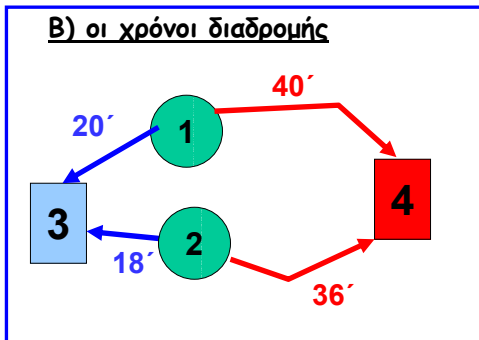
**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:**

**Το μοντέλο Συντελεστή Ανάπτυξης**

Δίνονται Α) ο πίνακας Π-Π των μετακινήσεων με σκοπό τα ψώνια/αγορές κατά την διάρκεια της πρωινής αιχμής του Σαββάτου

Πίνακας Π-Π πρωινής αιχμής Σαββάτου

	1	2	3	4
1			4160	2080
2			3040	1520
3				
4				



Γ) Οι ζώνες κατοικίας είναι : 1 & 2  
 οι ζώνες εμπορικής δραστηριότητας : 3 & 4

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:**

**Το μοντέλο Συντελεστή Ανάπτυξης**

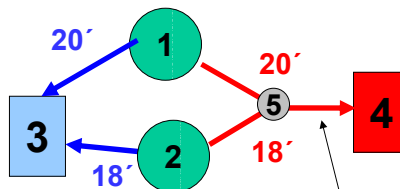
Δ) το μοντέλο γένεσης (παραγωγής) των μετακινήσεων

$$\text{Μετακινήσεις/νοικοκυριό} = 0,000015 * (\text{μέσο ετήσιο εισόδημα})$$

Ε) το μελλοντικό μέσο εισόδημα και αριθμός νοικοκυριών/ζώνη

Ζώνη	Μέσο ετήσιο εισόδημα Νοικοκυριού	Αριθμός Νοικοκυριών
1	35.000	20.000
2	46.000	10.000

ΣΤ) οι μελλοντικοί χρόνοι διαδρομής μετά τα προβλεπόμενα έργα αναβάθμισης του οδικού δικτύου



**Ζητείται:**

- Να προβλεφθεί ο φόρτος στον νέο οδικό σύνδεσμο 5- 4
- Είναι τα αποτελέσματα λογικά?

λύση



## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Το μοντέλο Συντελεστή Ανάπτυξης

ΕΤΟΣ ΒΑΣΗ - ΥΦΙΣΤΑΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ				
Ζώνη	Μέσο ετήσιο εισόδημα Νοικοκυριού	Αριθμός Νοικοκυριών	Αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό	Συνολικός Αριθμός μετακινήσεων
	(1)	(2)	(3) = (1)*0,000015	(3) = (2)*(3)
1	26.000	16.000	0,39	6.240
2	38.000	8.000	0,57	4.560
Σύνολο		24.000		10.800
<b>Συντελεστής μοντέλου γένεσης μετακινήσεων:</b>				<b>0,000015</b>

ΓΕΝΕΣΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ - ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ				
Ζώνη	Μέσο ετήσιο εισόδημα Νοικοκυριού	Αριθμός Νοικοκυριών	Αριθμός μετακινήσεων ανά νοικοκυριό	Συνολικός Αριθμός μετακινήσεων
	(1)	(2)	(3) = (1)*0,000015	(3) = (2)*(3)
1	35.000	20.000	0,53	10.500
2	46.000	10.000	0,69	6.900
Σύνολο				17.400

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Το μοντέλο Συντελεστή Ανάπτυξης

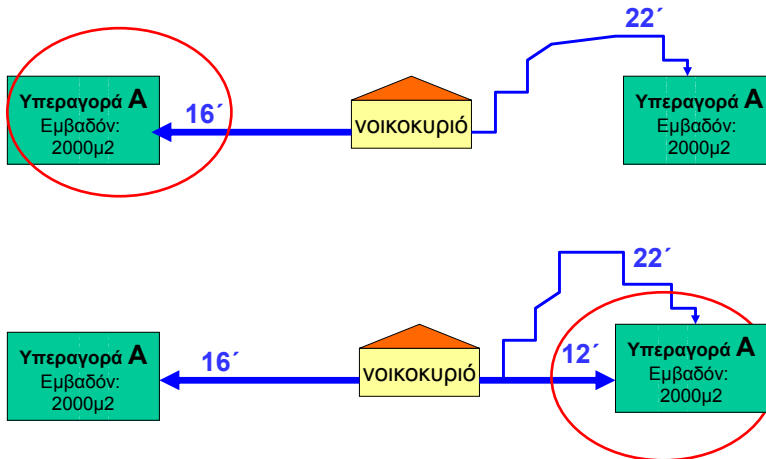
ΕΤΟΣ ΒΑΣΗ							
	1	2	3	4	Σύνολο	Μελλοντικές Μετακινήσεις	Συντελεστής Ανάπτυξης
1			4160	2080	6240	10.500	1,6827
2			3040	1520	4560	6.900	1,5132
3							
4							

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΠΡΟΒΛΕΨΕΙΣ =					
= μετακινήσεις έτους βάσης x Συντελεστής Ανάπτυξης					
	1	2	3	4	Σύνολο
1			7000	3500	10500
2			4600	2300	6900
3					
4					

Μελλοντικός φόρτος στον σύνδεσμο (4,5) = = $T_{14} + T_{24} = 3500 + 2300 =$	5800
---	------

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Παράδειγμα Επιλογής Προορισμού

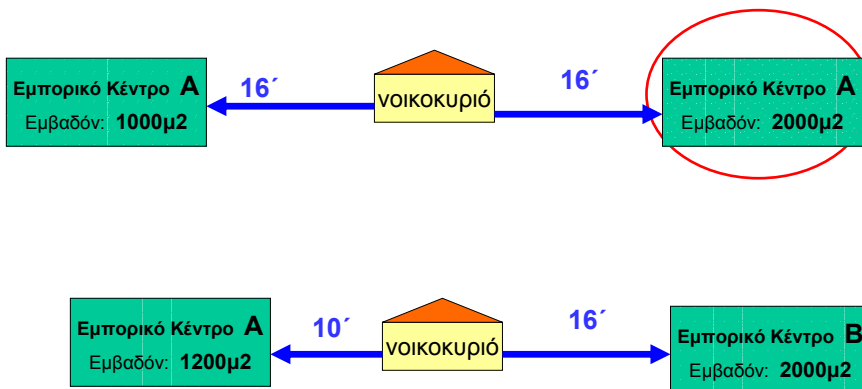
Ένα απλό παράδειγμα επιλογής προορισμού όταν μεταβάλλεται η ελκυστικότητα του και η προσιτότητα



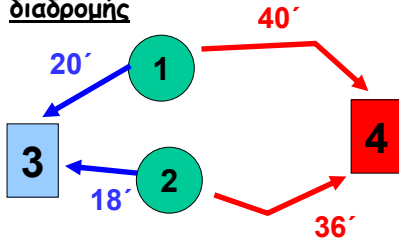
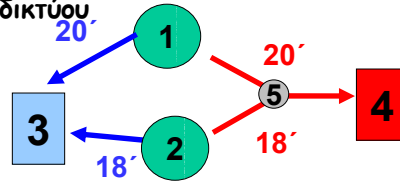
Η επιλογή προορισμού που κάνουν οι μετακινούμενοι δεν επηρεάζεται μόνο από τις ευκαιρίες που προσφέρει ο κάθε προορισμός στον μετακινούμενο, αλλά και από το πόσο προσιτός είναι ο κάθε προορισμός.

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Παράδειγμα Επιλογής Προορισμού

Ένα απλό παράδειγμα επιλογής προορισμού όταν μεταβάλλεται η ελκυστικότητα του και η προσιτότητα



Υπάρχουν περιπτώσεις που ένας προορισμός είναι σαφώς πιο ελκυστικός από άλλους. Συνήθως όμως η απόφαση δεν τόσο ξεκάθαρη. **Ο μετακινούμενος σταθμίζει τα οφέλη και την επιβάρυνση που σχετίζονται με κάθε επιλογή πριν αποφασίσει τι επιλογή θα κάνει.**

**Β) οι σημερινοί χρόνοι  
διαδρομής****ΣΤ) οι μελλοντικοί χρόνοι  
διαδρομής μετά τα προβλεπόμενα  
έργα αναβάθμισης του οδικού  
δικτύου****Επομένως**

- Είναι τα αποτελέσματα λογικά?

Όχι, το μοντέλο της κατανομής των μετακινήσεων με συντελεστή ανάπτυξης, δεν λαμβάνει υπόψη ότι μεταβολές στα χαρακτηριστικά του μεταφορικού συστήματος, επηρεάζουν την προσιτότητα των διαφόρων προορισμών και συνεπώς τις αποφάσεις για τις επιλογές προορισμών που κάνουν οι μετακινούμενοι.

### Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των μεθόδων του συντελεστή ανάπτυξης

- **Πλεονεκτήματα της μεθόδου :**
  - Απλές μέθοδοι – εύκολη ανάπτυξη προγράμματος υπολογισμού
  - Δεν απαιτούν υπολογισμό του διαχωρισμού μεταξύ των ζωνών (απόσταση, χρόνος, κόστος διαδρομής)
  - Μπορούν να εφαρμοσθούν για όλους τους σκοπούς μετακίνησης
  - Ανάλογα με τα διαθέσιμα στοιχεία μπορούν εύκολα να υπολογίσουν μετακινήσεις κατά κατεύθυνση και ώρα της ημέρας
- **Μειονεκτήματα της μεθόδου:**
  - Απαιτούν πλήρη πίνακα Π-Π για την υφιστάμενη κατάσταση
  - Υποθέτουν ότι οι χρόνοι/τα κόστη μετακίνησης παραμένουν σταθερές, επομένως αδυνατούν να εκτιμήσουν τις επιπτώσεις μεταβολών του μεταφορικού συστήματος στις επιλογές των μετακινούμενων και στην κατανομή των μετακινήσεων γενικότερα

**❑ Μειονεκτήματα της μεθόδου:**

- Τα όρια των ζωνών δεν μπορούν να μεταβληθούν
- Ζώνες με μηδενική παραγωγή ή έλξη μετακινήσεων παραμένουν έτσι και στο μέλλον
- Σφάλματα από κακές δειγματοληψίες διατηρούνται

**❑ Χρήση των μεθόδων συντελεστή ανάπτυξης**

- Μόνο σε βραχυχρόνιες προβλέψεις δηλ. 5 – 10 το πολύ χρόνια, όταν τα χαρακτηριστικά και η γεωγραφική κατανομή των μετακινήσεων προβλέπονται να παραμείνουν σταθερά
- Για την ενημέρωση δεδομένων από πρόσφατες κυκλοφοριακές έρευνες
- Σε περιοχές περιορισμένης έκτασης με σταθερά χαρακτηριστικά

## Τα μοντέλα Βαρύτητας

- ❑ Επιδιώκουν να λάβουν υπόψη τους παράγοντες που επηρεάζουν την ανθρώπινη συμπεριφορά, και να προσδιορίσουν τα αίτια και τις σχέσεις που καθορίζουν την κατανομή των μετακινήσεων στην υπάρχουσα κατάσταση
- ❑ Τα αίτια που καθορίζουν την κατανομή των μετακινήσεων περιλαμβάνουν όχι μόνο την ελκυστικότητα των δραστηριοτήτων που πραγματοποιούνται στις ζώνες προορισμού, αλλά και στον χωρικό/χρονικό διαχωρισμό της ζώνης προέλευσης από τις εναλλακτικές ζώνες προορισμού.

- Όσο αυξάνεται η ελκυστικότητα  $A_j$  μιας ζώνης, αυξάνονται οι μετακινήσεις προς την ζώνη

$$A_j \uparrow \Rightarrow T_{ij} \uparrow$$

- Όσο αυξάνεται η παραγωγικότητα  $P_i$  μιας ζώνης, αυξάνονται οι μετακινήσεις

$$P_i \uparrow \Rightarrow T_{ij} \uparrow$$

- Όσο αυξάνεται ο διαχωρισμός  $c_{ij}$  μεταξύ δύο ζωνών  $i$  και  $j$ , μειώνονται οι μετακινήσεις μεταξύ των ζωνών.

$$c_{ij} \uparrow \Rightarrow T_{ij} \downarrow$$

Επομένως

- Ο αριθμός των μετακινήσεων μεταξύ δύο ζωνών μπορεί να εκφρασθεί με την γενική σχέση

$$T_{ij} = k \cdot \frac{P_i \cdot A_j}{c_{ij}^n}$$

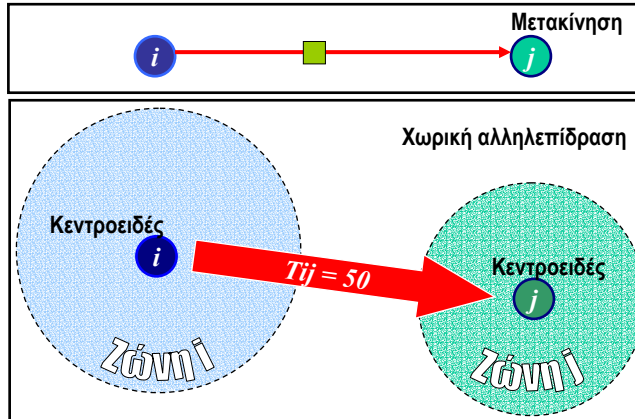
- Που είναι ανάλογη με τον γνωστό νόμο της Βαρύτητας

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d_{1,2}^2}$$

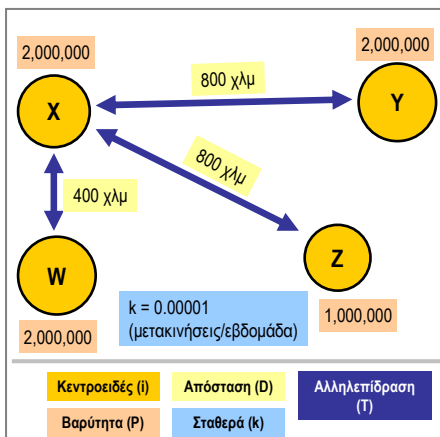
Αναπαράσταση της μετακίνησης σαν χωρική αλληλεπίδραση

Σύμφωνα με το μοντέλο της βαρύτητας ο αριθμός των μετακινήσεων μεταξύ δύο ζωνών είναι:

- ανάλογος του μεγέθους των δραστηριοτήτων που πραγματοποιούνται στις δύο ζώνες και
- αντιστρόφως ανάλογος του διαχωρισμού μεταξύ των ζωνών.



Εφαρμογή της βασικής σχέσης χωρικής αλληλεπίδρασης



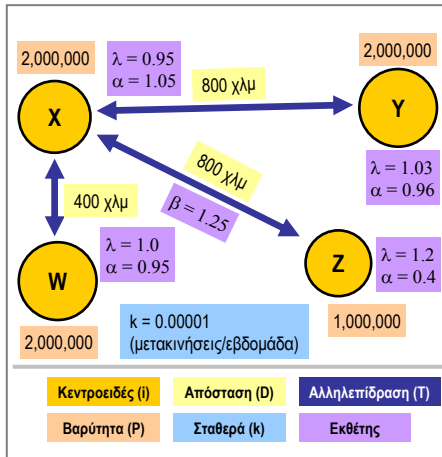
**Βασική σχέση**

$$T_{ij} = k \frac{P_i * P_j}{D_{ij}}$$

	W	X	Y	Z	Ti
W					100,000
X	100,000		50,000	25,000	175,000
Y		50,000			50,000
Z		25,000			25,000
Tj	100,000	175,000	50,000	25,000	350,000

Κεντροειδές (i)    Απόσταση (D)    Αλληλεπίδραση (T)  
 Βαρύτητα (P)    Σταθερά (k)

Εφαρμογή ενός απλού μοντέλου χωρικής αλληλεπίδρασης



Απλό μοντέλο αλληλεπίδρασης

$$T_{ij} = k \frac{P_i^\alpha * P_j^\lambda}{D_{ij}^\beta}$$

	W	X	Y	Z	Ti
W		71,378			71,378
X	6,059		2,203	1	8,263
Y		19,420			19,420
Z		153,893			153,893
Tj	6,059	244,692	2,203	1	252,954

Αναπαράσταση της μετακίνησης σαν χωρική αλληλεπίδραση

- Η ζώνη j προσελκύει ένα ποσοστό των μετακινήσεων που παράγονται στην ζώνη i, ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της συγκρινόμενα με τα χαρακτηριστικά των άλλων ζωνών στην περιοχή μελέτης.
- Οι μετακινήσεις  $O_i$  που παράγονται στην ζώνη i θα κατανεμηθούν σε κάθε άλλη ζώνη j  $T_{ij}$  ανάλογα με :
  - την σχετική ελκυστικότητα κάθε ζώνης j και
  - την σχετική προσιτότητα της κάθε ζώνης j

Οι μετακινήσεις μεταξύ i και j = Μετακινήσεις που παράγονται στην ζώνη i  $\times$   $\frac{\text{Χαρακτηριστικά ελκυστικότητας και προσιτότητας της ζώνης j}}{\text{Χαρακτηριστικά ελκυστικότητας και προσιτότητας (από την ζώνη i) όλων των ζωνών στην περιοχή μελέτης}}$

### Η εφαρμογή του μοντέλου βαρύτητας στην κατανομή των μετακινήσεων

- Η προσιτότητα μπορεί να τυποποιηθεί σαν μια φθίνουσα συνάρτηση της απόστασης, του χρόνου ή του κόστους μετακίνησης (καθώς η απόσταση, χρόνος, ή κόστος μετακίνησης αυξάνεται, η προσιτότητα μειώνεται)
- Μια γενική μορφή του μοντέλου βαρύτητας μπορεί να εκφρασθεί από την σχέση:

$$T_{ij} = \alpha \cdot O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

όπου

- $T_{ij}$  ο αριθμός των μετακινήσεων από  $i$  σε  $j$ .
- $O_i$  ο αριθμός των μετακινήσεων που παράγονται στην ζώνη  $i$
- $D_j$  ο αριθμός των μετακινήσεων που έλκονται στην ζώνη  $j$ .
- $f(c_{ij})$  η συνάρτηση διαχωρισμού μεταξύ  $i$  και  $j$ , που εκφράζει την προσιτότητα

### Συναρτήσεις διαχωρισμού

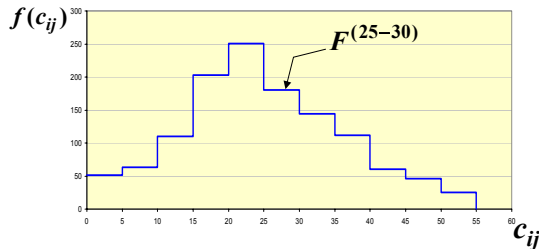
- Η συνάρτηση διαχωρισμού  $f(c_{ij})$  μεταξύ  $i$  και  $j$ , εκφράζει την προσιτότητα της ζώνης  $j$  από την ζώνη  $i$ .
- Οι πιο συνηθισμένες μορφές αυτής της συνάρτησης είναι:
  - $f(c_{ij}) = \exp(-\beta \cdot c_{ij})$  η εκθετική συνάρτηση
  - $f(c_{ij}) = c_{ij}^{-n}$  η συνάρτηση δύναμης
  - $f(c_{ij}) = c_{ij}^n \cdot \exp(-\beta \cdot c_{ij})$  η συνδυασμένη συνάρτηση (συνάρτηση Γ)



Συναρτήσεις διαχωρισμού

- Η μια πιο γενική μορφή της συνάρτησης διαχωρισμού  $f(c_{ij})$  μεταξύ  $i$  και  $j$ , μπορεί να υπολογισθεί από εμπειρικά στοιχεία. Το κόστος κάθε διαδρομής αναπαρίσταται από ένα πεδίο τιμών, που συμβολίζεται με τον δείκτη  $m$ . Η «συνδυαστική» συνάρτηση διαχωρισμού εκφράζεται με την σχέση:

$$f(c_{ij}) = \sum_m F^m \cdot \delta_{ij}^m$$



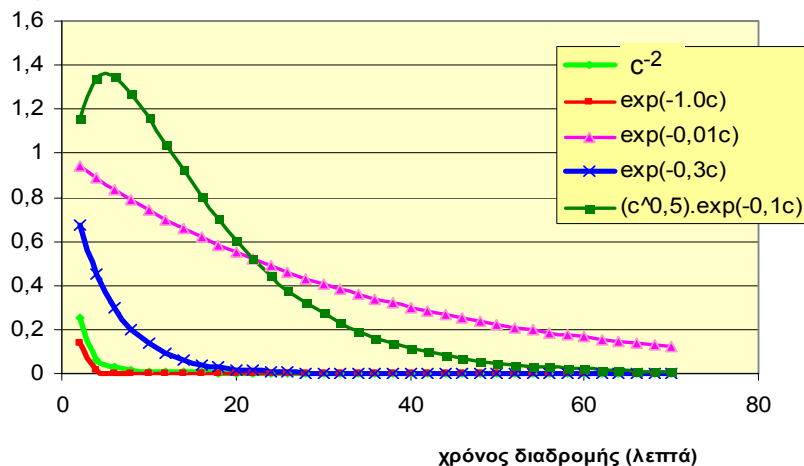
Όπου,

$F_m$  είναι η μέση τιμή της παραμέτρου για το πεδίο τιμών  $m$ , και

$\delta_{ij}^m$  είναι ίσο με 1 εάν το κόστος διαδρομής εμπίπτει στο πεδίο τιμών της κατηγορίας  $m$ , και ίσο με 0 σε άλλη περίπτωση.

Διαφορετικές μορφές των συναρτήσεων διαχωρισμού

$f(c_{ij})$  Διαφορετικές μορφές συναρτήσεων διαχωρισμού

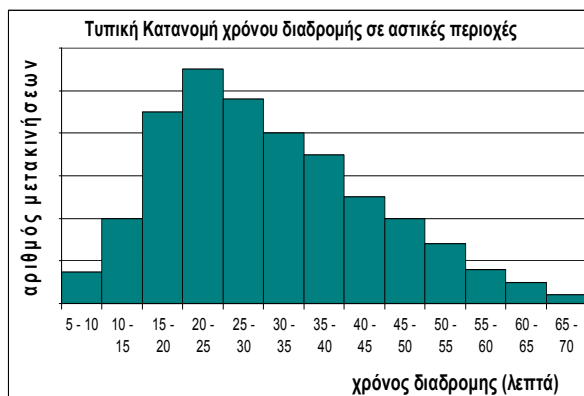


## Συνδυαστική συνάρτηση διαχωρισμού

- Για παράδειγμα εάν ο χρόνος διαδρομής είναι 22', δηλ. εμπίπτει στο πεδίο τιμών [20 – 25] , η συνάρτηση διαχωρισμού λαμβάνει την τιμή 250,3
- Οι τιμές των παραμέτρων  $F^m$  προσδιορίζονται έτσι ώστε η κατανομή του χρόνου (μήκους ή κόστους) διαδρομής που προκύπτει από το μοντέλο να είναι όσο το δυνατό περισσότερο όμοια με την πραγματική κατανομή που προκύπτει από τις παρατηρήσεις.

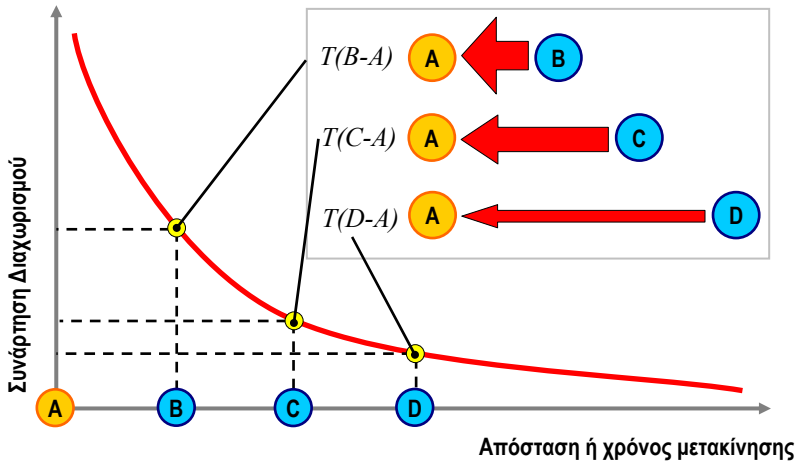
πεδία τιμών ( $m$ )	$F^m$
0 - 5	51,5
5 - 10	62,8
10 - 15	110,1
15 - 20	202,7
20 - 25	250,3
25 - 30	180,3
30 - 35	144,2
35 - 40	111,5
40 - 45	60,6
45 - 50	45,7
50 - 55	25,2
55 - 60	20,2

- έχει παρατηρηθεί ότι η κατανομή του χρόνου διαδρομής των μετακινήσεων σε μεγάλα αστικά κέντρα ακολουθεί την μορφή αυτού του διαγράμματος
- Η αρνητική εκθετική και η συνάρτηση δύναμης αναπαράγουν το δεύτερο μέρος της κατανομής αλλά όχι το πρώτο
- Η συνδυαστική συνάρτηση είναι περισσότερο ελαστική και δίνει την δυνατότητα να αναπαραχθεί η πραγματική κατανομή του χρόνου διαδρομής.



Επιρροή της συνάρτησης διαχωρισμού

$$T_{ij} = \alpha \cdot O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

Η γενική μορφή του μοντέλου βαρύτητας

- Για τον υπολογισμό των μετακινήσεων  $T_{ij}$ , από το μοντέλο βαρύτητας

$$T_{ij} = \alpha \cdot O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

θα πρέπει να προσδιορισθεί η μορφή της συνάρτησης διαχωρισμού  $f(c_{ij})$ , και η τιμή του συντελεστή  $\alpha$ .

- Για να εξασφαλίσουμε ότι οι περιορισμοί

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad \sum_j T_{ij} = O_i$$

ισχύουν, ο συντελεστής  $\alpha$  θα πρέπει να αντικατασταθεί από 2 ομάδες συντελεστών,  $A_i$  και  $B_j$ , και κατά συνέπεια το μοντέλο της βαρύτητας μετασχηματίζεται στην ακόλουθη σχέση που αποτελεί και την **γενική μορφή του μοντέλου βαρύτητας**:

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

Μοντέλο βαρύτητας με διπλό περιορισμό

- Για την περίπτωση ενός διπλά περιορισμένου μοντέλου κατανομής, δηλ. όταν και οι δύο ακόλουθοι περιορισμοί πρέπει να ισχύουν

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad \text{και} \quad \sum_j T_{ij} = O_i$$

οι συντελεστές  $A_i$  και  $B_j$  υπολογίζονται αντικαθιστώντας την βασική σχέση του μοντέλου κατανομής στους παραπάνω περιορισμούς:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_i T_{ij} = D_j \\ T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \sum_i A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) = D_j \Rightarrow \\ B_j \cdot D_j \cdot \sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij}) = D_j \Rightarrow \end{array}$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij})}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_j T_{ij} = O_i \\ T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \sum_j A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) = O_i \Rightarrow \\ A_i \cdot O_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) = O_i \Rightarrow \end{array}$$

$$A_i = \frac{1}{\sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})}$$



Για τον υπολογισμό των τιμών των συντελεστών  $A_i$ , απαιτούνται οι τιμές των συντελεστών  $B_j$  και αντίστροφα.

Η μέθοδος επίλυσης ακολουθεί μια επαναληπτική διαδικασία αντίστοιχη με αυτή που εφαρμόστηκε στην μέθοδο Furness του συντελεστή ανάπτυξης

Μοντέλο βαρύτητας με απλό περιορισμό

- Για την περίπτωση ενός απλά περιορισμένου μοντέλου κατανομής, δηλ. όταν ένας μόνο από τους ακόλουθους δύο περιορισμούς πρέπει να ισχύει  $\sum_i T_{ij} = D_j$  ή  $\sum_j T_{ij} = O_i$

οι συντελεστές  $A_i$  και  $B_j$  υπολογίζονται με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$1) \text{ Για την περίπτωση περιορισμού στις ζώνες προέλευσης των μετακινήσεων δηλ. όταν } \sum_j T_{ij} = O_i \quad \left\{ \begin{array}{l} B_j = 1 \\ A_i = \frac{1}{\sum_j D_j \cdot f(c_{ij})} \end{array} \right.$$

Επισημαίνεται ότι στην περίπτωση του μοντέλου με απλό περιορισμό στις ζώνες προέλευσης, η μεταβλητή  $D_j$  δεν αναπαριστά απαραίτητα τον αριθμό των ελκόμενων μετακινήσεων στην ζώνη  $j$  αλλά ένα οποιαδήποτε μέγεθος που αναπαριστά την ελκυστικότητα της ζώνης  $j$ .

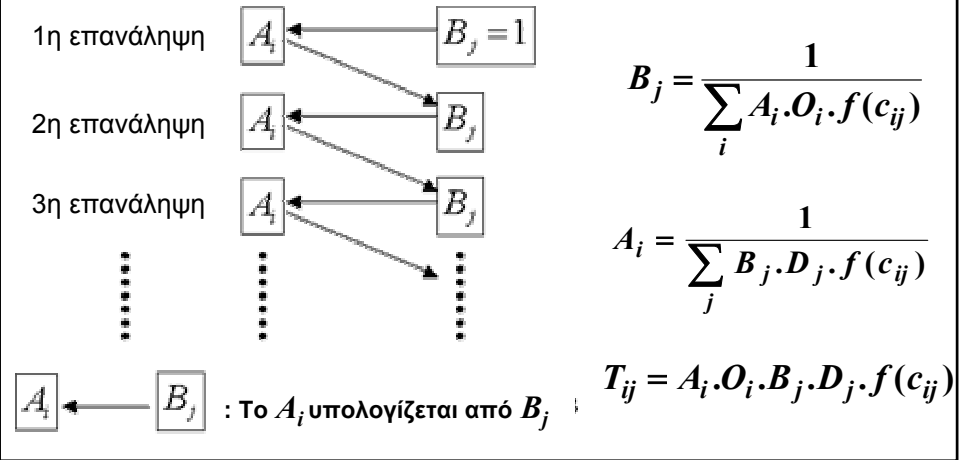
Μοντέλο βαρύτητας με απλό περιορισμό

$$2) \text{ Για την περίπτωση περιορισμού στις ζώνες προορισμού των μετακινήσεων δηλ. όταν } \sum_i T_{ij} = D_j \quad \left\{ \begin{array}{l} A_i = 1 \\ B_j = \frac{1}{\sum_i O_i \cdot f(c_{ij})} \end{array} \right.$$

Επισημαίνεται ότι στην περίπτωση του μοντέλου με απλό περιορισμό στις ζώνες προορισμού, η μεταβλητή  $O_i$  δεν αναπαριστά απαραίτητα τον αριθμό των παραγόμενων μετακινήσεων από την ζώνη  $j$  αλλά ένα οποιαδήποτε μέγεθος που αναπαριστά την παραγωγικότητα της ζώνης  $i$ .

Πως επιλύεται στο μοντέλο βαρύτητας με διπλό περιορισμό

Εφαρμόζεται επαναληπτική μέθοδος εξισορρόπησης αντίστοιχη με την μέθοδο Furness



Βαθμονόμηση του μοντέλου Βαρύτητας

- Βαθμονόμηση ή Προσαρμογή του μοντέλου είναι η διαδικασία με την οποία προσδιορίζονται οι μορφές των συναρτησιακών σχέσεων και οι τιμές των σχετικών παραμέτρων του μοντέλου, έτσι ώστε τα αποτελέσματα του μοντέλου να αναπαριστούν όσο το δυνατό καλύτερα τις μετακινήσεις (μέγεθος και χωρική κατανομή) όπως έλαβαν χώρα στην πραγματικότητα.

$$T_{ij}^{model} \approx T_{ij}^{real}$$

$$\text{Μέσο μήκος ταξιδιού από μοντέλο} \approx \text{Πραγματικό μέσο μήκος ταξιδιού}$$

$$\text{κατανομή μήκους ταξιδιού από μοντέλο} \approx \text{κατανομή πραγματικού μήκους ταξιδιού}$$

Βαθμονόμηση του μοντέλου Βαρύτητας

- Στο μοντέλο Βαρύτητας, το αντικείμενο της βαθμονόμησης ουσιαστικά εστιάζει στον προσδιορισμό της μορφής της συνάρτησης διαχωρισμού δηλ., ποια συνάρτηση είναι η πλέον κατάλληλη και ποιες είναι οι τιμές των παραμέτρων της. Το πρόβλημα δηλ. εστιάζει στον υπολογισμό των :

- α) των τιμών των παραμέτρων  $\beta, n$  των αναλυτικών συναρτήσεων  $f(c_{ij})$

$$f(c_{ij}) = \exp(-\beta \cdot c_{ij})$$

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{-n}$$

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^n \cdot \exp(-\beta \cdot c_{ij})$$

και

Βαθμονόμηση του μοντέλου Βαρύτητας

- β) και των τιμών των παραμέτρων  $F^m$  της «συνδυαστικής» συνάρτησης διαχωρισμού

$$f(c_{ij}) = \sum_m F^m \cdot \delta_{ij}^m$$

*Τελικά επιλέγεται εκείνη η συνάρτηση διαχωρισμού για την οποία, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα αποτελέσματα του μοντέλου προσεγγίζουν καλύτερα τις πραγματικές μετακινήσεις όπως έχουν καταγραφεί από έρευνες Προέλευσης – Προορισμού.*

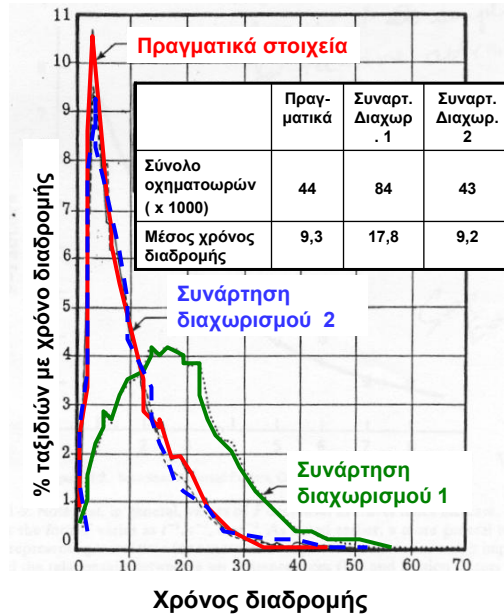
## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Το Μοντέλο Βαρύτητας

Στο παράδειγμα που παρουσιάζεται, έχουν εξετασθεί δύο συναρτήσεις διαχωρισμού.

Η κατανομή των χρόνων μετακίνησης που προκύπτουν από το μοντέλο που χρησιμοποιεί την συνάρτηση διαχωρισμού 1 δεν προσεγγίζει την κατανομή των πραγματικών χρόνων μετακίνησης. Επιπλέον ο μέσος χρόνος μετακίνησης από το μοντέλο 1 είναι σχεδόν διπλάσιος από τον πραγματικό.

Με εφαρμογή της συνάρτησης 2, τόσο η κατανομή όσο και ο μέσος χρόνος μετακίνησης αποτελούν καλές προσεγγίσεις των σχετικών μεγεθών που προκύπτουν από ανάλυση των πραγματικών μετακινήσεων για το έτος βάσης.



## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Μοντέλα Κατανομής Μετακινήσεων

### Ευαισθησία των μετακινήσεων στον χρόνο/κόστος μετακίνησης

- ❑ Στα μοντέλα κατανομής που η συνάρτηση διαχωρισμού έχει την μορφή της αρνητικής εκθετικής συνάρτησης ή της συνάρτησης δύναμης, η τιμή των παραμέτρων αναπαριστά την ευαισθησία της χωρικής αλληλεπίδρασης στο μήκος/χρόνο/κόστος μετακίνησης

- ❑ Τι σημαίνει ευαισθησία των μετακινήσεων στο κόστος μετακίνησης?

Όσο αυξάνει το κόστος μετακίνησης, τόσο ελαττώνεται και ο αριθμός των μετακινήσεων



Επομένως εξετάζοντας τις μετακινήσεις που παράγονται από μια ζώνη

όσο αυξάνεται η ευαισθησία στο κόστος, τόσο περισσότερες είναι οι μετακινήσεις που έλκονται από ζώνες που βρίσκονται πλησιέστερα στην ζώνη παραγωγής των μετακινήσεων



## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Μοντέλα Κατανομής Μετακινήσεων

- Πώς αναπαρίσταται η ευαισθησία των μετακινήσεων στο μήκος/χρόνο μετακίνησης?
  - εάν η κατανομή των μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης δείχνει ότι ο αριθμός των μετακινήσεων ανάμεσα σε ένα ζεύγος Π-Π είναι ευαίσθητος στο κόστος μετακίνησης  $c_{ij}$ , οι τιμές των παραμέτρων  $\beta$ ,  $n$ , είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων σε μια περιοχή όπου ο αριθμός των μετακινήσεων ανάμεσα σε ένα ζεύγος Π-Π είναι λιγότερο ευαίσθητος στο κόστος μετακίνησης

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$f(c_{ij}) = \exp(-\beta \cdot c_{ij})$$

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{-n}$$

- Όταν η ευαισθησία των μετακινήσεων αυξάνεται, το μέσο μήκος μετακίνησης αυξάνεται ή μειώνεται?

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ: Μοντέλα Κατανομής Μετακινήσεων

- Πώς αναπαρίσταται η ευαισθησία των μετακινήσεων στο μήκος/χρόνο μετακίνησης?
  - εάν η κατανομή των μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης δείχνει ότι ο αριθμός των μετακινήσεων ανάμεσα σε ένα ζεύγος Π-Π είναι ευαίσθητος στο κόστος μετακίνησης  $c_{ij}$ , οι τιμές των παραμέτρων  $\beta$ ,  $n$ , είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων σε μια περιοχή όπου ο αριθμός των μετακινήσεων ανάμεσα σε ένα ζεύγος Π-Π είναι λιγότερο ευαίσθητος στο κόστος μετακίνησης

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$f(c_{ij}) = \exp(-\beta \cdot c_{ij})$$

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{-n}$$

- Όταν η ευαισθησία των μετακινήσεων αυξάνεται, το μέσο μήκος μετακίνησης αυξάνεται ή μειώνεται? -> μειώνεται

### Μοντέλα Κατανομής για διαφορετικές κατηγορίες μετακινήσεων

- Διαφορετικά μοντέλα κατανομής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για διαφορετικούς σκοπούς μετακίνησης, ανάλογα με το επίπεδο λεπτομέρειας της μελέτης. Για παράδειγμα μπορούμε να αναπτύξουμε ένα μοντέλο για τις μετακινήσεις προς και από την εργασία, και ένα ή περισσότερα μοντέλα για όλες τις υπόλοιπες μετακινήσεις.
- Ανάλογα με το πρόβλημα που αναλύεται, είναι δυνατόν να χρησιμοποιείται άλλο μοντέλο για τις εξωτερικές (ως προς ένα από τα άκρα μετακίνησης σε σχέση με την περιοχή μελέτης) μετακινήσεις και άλλο για τις εσωτερικές μετακινήσεις. Π.χ. στα εθνικά μοντέλα πρόβλεψης των μετακινήσεων χρησιμοποιούμε μοντέλα τύπου βαρύτητας για τις μετακινήσεις και με τα δύο άκρα εντός της χώρας, ενώ για τις μετακινήσεις από και προς τις χώρες του εξωτερικού χρησιμοποιούμε μοντέλα αυξητικού συντελεστή

- Συνήθως οι μετακινήσεις προς την εργασία προτυποποιούνται με μοντέλα βαρύτητας με διπλό περιορισμό
- Οι μετακινήσεις που γίνονται για άλλους σκοπούς συνήθως προτυποποιούνται με **μοντέλα με απλό περιορισμό**, δεδομένου ότι οι ελκόμενες μετακινήσεις με σκοπό τις αγορές, ψυχαγωγία, ή άλλους κοινωνικούς λόγους δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν με ακρίβεια. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ελκυστικότητα μιας ζώνης εκφράζεται στο μοντέλο βαρύτητας όχι από τον αριθμό των ελκόμενων μετακινήσεων αλλά από

**παράγοντες όπως το συνολικό εμβαδόν των καταστημάτων λιανικού εμπορίου, το εμβαδόν των χώρων αναψυχής/ψυχαγωγίας, κλπ.**

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \text{και} \quad \sum_j T_{ij} = O_i$$

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:****Μοντέλα Κατανομής Μετακινήσεων**

- ❑ Διαφορετικά μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για διαφορετικές κατηγορίες οχημάτων, δηλ. α) για τα ΙΧ οχήματα που εξυπηρετούν επιβατικές μετακινήσεις και β) για τα φορτηγά που εξυπηρετούν τις μεταφορές εμπορευμάτων.
- ❑ Επίσης η κατανομή των μετακινήσεων εξαρτάται από την χρονική περίοδο που αναλύεται και επομένως διαφορετικά μοντέλα χρησιμοποιούνται. Επειδή η χρονική περίοδος διεξαγωγής των μετακινήσεων συνήθως σχετίζεται με τον σκοπό της μετακίνησης, (πχ. η πρωινή αιχμή περιλαμβάνει τις μετακινήσεις προς την εργασία) συχνά η προτυποποίηση διαφορετικών χρονικών περιόδων καλύπτεται από την ανάλυση που γίνεται ανά σκοπό μετακίνησης.
- ❑ Επισημαίνεται ότι ο πίνακας χρόνου/κόστους μετακινήσεων που χρησιμοποιείται σε ένα μοντέλο κατανομής θα πρέπει να είναι αυτός που αντιστοιχεί τις συγκεκριμένες μετακινήσεις που αναλύει το μοντέλο., π.χ. ο πίνακας των χρόνων διαδρομής κατά την διάρκεια της πρωινής αιχμής θα πρέπει να χρησιμοποιείται στο μοντέλο κατανομής των μετακινήσεων της πρωινής αιχμής (με σκοπό την εργασία, από τις περιοχές κατοικίας προς τις περιοχές εργασίας).

**ΓΕΝΕΣΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:****Πίνακες χρόνων μετακίνησης**

**Προτυποποίηση Πρωϊνής Αιχμής – ζώνες κατοικίας 1,2 - ζώνες εργασίας 3,4**

Ποιος πίνακας χρόνων διαδρομής είναι σωστός?

Πίνακας 1 Χρόνων Διαδρομής					Πίνακας 2 Χρόνων Διαδρομής						
		Προς Ζώνη						Προς Ζώνη			
		1	2	3	4			1	2	3	4
Από ζώνη	1	5	10	15	20	Από ζώνη	1	5	10	25	28
	2	10	2	8	15		2	10	2	18	23
	3	15	8	3	12		3	15	8	3	12
	4	20	15	12	4		4	20	15	12	4

Κατά την πρωινή αιχμή αναμένεται ότι οι χρόνοι διαδρομής από τις ζώνες κατοικίας προς τις ζώνες εργασίας είναι υψηλότεροι από τους αντίστοιχους για τις μετακινήσεις από τις ζώνες εργασίας προς τις ζώνες κατοικίας. Επομένως ο πίνακας 2 είναι σωστός.

### Προτυποποίηση Ετήσιων Μέσων Ημερήσιων Μετακινήσεων (υπεραστικές μετακινήσεις)

Ένας από τους παρακάτω πίνακες χρόνων διαδρομής είναι λάθος.  
Ποιος και γιατί?

		Πίνακας 1 Χρόνων Διαδρομής			
		Προς Ζώνη			
		1	2	3	4
Από ζώνη	1	15	90	130	180
	2	90	20	160	140
	3	130	160	18	70
	4	180	140	70	25

		Πίνακας 2 Χρόνων Διαδρομής			
		Προς Ζώνη			
		1	2	3	4
Από ζώνη	1	15	100	140	210
	2	90	20	170	160
	3	130	160	18	80
	4	180	140	70	25

Ένα κυκλοφοριακό πρότυπο που χρησιμοποιείται για την εκτίμηση της Ετήσιας Μέσης Ημερήσιας Κυκλοφορίας, προσομοιώνει τις κυκλοφοριακές συνθήκες κατά την διάρκεια μιας μέσης (ως προς το μέγεθος της ζήτησης) ημέρας. Ο πίνακας Π-Π είναι συμμετρικός και ο πίνακας των χρόνων διαδρομής είναι συμμετρικός και περιγράφει τις μέσες κυκλοφοριακές συνθήκες. Επομένως ο πίνακας 1 είναι σωστός

### Συντελεστές K

- Το μοντέλο της βαρύτητας μπορεί να παρέχει μια λογική αναπαράσταση της μορφής των μετακινήσεων, υπό την προϋπόθεση ότι ο αριθμός των μετακινήσεων μεταξύ κάθε ζεύγους Π-Π εξαρτάται
  - α) από το δυναμικό της ζώνης προέλευσης να παράγει μετακινήσεις,
  - β) από την ελκυστικότητα της ζώνης προορισμού και γ) από την αποθάρρυνση για μετακίνηση που προκαλείται από τον διαχωρισμό (χρόνο/κόστος) μεταξύ των ζωνών.
- Σε ορισμένες περιπτώσεις όμως υπάρχουν ειδικοί παράγοντες που επηρεάζουν τον αριθμό των μετακινήσεων μεταξύ δύο ζωνών. Δεδομένου ότι το μοντέλο βαρύτητας δεν λαμβάνει υπόψη αυτούς τους παράγοντες, δεν μπορεί να κάνει ακριβείς προβλέψεις. Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παρακάτω μορφή του μοντέλου βαρύτητας:

$$T_{ij} = K_{ij} \cdot A_i \cdot O_j \cdot f(c_{ij})$$

- Η χρήση αυτής της μορφής με τους συντελεστές K, πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή.
- Δεδομένου ότι στην γενική μορφή του μοντέλου υπάρχει ένας συντελεστής K για κάθε ζεύγος Π-Π, υπάρχει κίνδυνος το μοντέλο να προσαρμοσθεί στα στοιχεία του έτους βάσης αλλά να χάσει την ικανότητα του να προβλέψει την μελλοντική κατανομή των μετακινήσεων.
- Σε περιπτώσεις που υπάρχουν ιδιαίτεροι κοινωνικοοικονομικοί παράγοντες που δεν μπορούν να συμπεριληφθούν στο μοντέλο βαρύτητας, συνίσταται η χρήση μόνο περιορισμένου αριθμού συντελεστών K όπου κρίνεται απαραίτητο
- Χρησιμοποίηση πίνακα  $K_{ij}$ , δεν συνίσταται

### Άσκηση: απλή εφαρμογή μοντέλου βαρύτητας

Η περιοχή μελέτης έχει τρεις ζώνες και μοντέλο κατανομής των μετακινήσεων με σκοπό τις αγορές υπολογίζει τις μετακινήσεις από ένα μεγάλο αστικό κέντρο προς 3 εμπορικές ζώνες με βάση την σχέση:

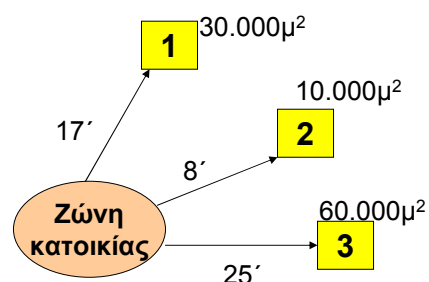
$$T_{ij} = 0,005 \cdot P_i \cdot \frac{E_j \cdot f(c_{ij})}{\sum_j E_j \cdot f(c_{ij})}$$

$$f(c_{ij}) = \frac{1}{c_{ij}^{2,2}}$$

Το αντίστοιχο μοντέλο για τις μετακινήσεις με σκοπό την εργασία στις εμπορικές ζώνες δίδεται από τις σχέσεις:

$$TT_{ij} = 0,2 \cdot P_i \cdot \frac{E_j \cdot g(c_{ij})}{\sum_j E_j \cdot g(c_{ij})}$$

$$g(c_{ij}) = \frac{1}{c_{ij}^{1,1}}$$



$$P_A = 400.000$$

Ποιες είναι οι επιπτώσεις μιας μείωσης του χρόνου διαδρομής προς την ζώνη 3, κατά 5' ?

Υπολογίζονται κατ' αρχάς οι μετακινήσεις με απλή εφαρμογή του μοντέλου το οποίο έχει ήδη βαθμονομηθεί. Για παράδειγμα οι μετακινήσεις από την ζώνη κατοικίας A στην ζώνη 2 υπολογίζονται από την σχέση:

$$T_{A3} = 0,005 \times 400000 \times \frac{60000 \times (1/25^{2,2})}{30000 \times (1/17^{2,2}) + 10000 \times (1/8^{2,2}) + 60000 \times (1/25^{2,2})}$$

Στην συνέχεια υπολογίζονται οι μετακινήσεις, μετά την μείωση της διαδρομής στον σύνδεσμο (A,3) :

$$T''_{A3} = 0,005 \times 400000 \times \frac{60000 \times (1/20^{2,2})}{30000 \times (1/17^{2,2}) + 10000 \times (1/8^{2,2}) + 60000 \times (1/20^{2,2})}$$

Όσον αφορά τις μετακινήσεις με σκοπό την εργασία, βραχυπρόθεσμα δεν προβλέπεται να επέλθουν αλλαγές στην κατανομή των μετακινήσεων, διότι μεταβολές στον χρόνο μετακίνησης δεν θα οδηγήσουν έναν εργαζόμενο στο να αλλάξει εργασία. Επισημαίνεται όμως, ότι μεταβολές στις επιλογές που κάνουν οι καταναλωτές, θα οδηγήσουν σε μεταβολές της εμπορικής δραστηριότητας των διαφορετικών εμπορικών κέντρων και συνεπώς στις ανάγκες τους σε προσωπικό. Τις μεταβολές αυτές δεν μπορεί να αναπαραστήσει το συγκεκριμένο μοντέλο κατανομής των μετακινήσεων με σκοπό την εργασία.

άσκηση: βαθμονόμηση μοντέλου βαρύτητας

Δίδεται ο πίνακας Π-Π των μετακινήσεων και ο πίνακας των χρόνων διαδρομής για το έτος βάσης.

$O_i$

Έτος Βάση - Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	Σύνολο
1	60	70	335	10	475
2	75	15	70	190	350
3	200	50	50	120	420
4	20	230	200	240	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

$c_{ij}$

Έτος Βάση - Πίνακας Χρόνων Μετακίνησης				
	1	2	3	4
1	5	13	18	22
2	12	3	13	19
3	18	13	5	8
4	24	18	8	5

$D_i$

Ζητείται να εκτιμηθεί ο μελλοντικός πίνακας Π-Π των μετακινήσεων όταν δίνονται οι μελλοντικές παραγόμενες και ελκόμενες μετακινήσεις και ο μελλοντικός πίνακας των χρόνων διαδρομής.

Μελλοντικές Παραγόμενες και Ελκόμενες Μετακινήσεις					
	1	2	3	4	Σύνολο
1					600
2					500
3					700
4					900
Σύνολο	700	400	900	700	

Μελλοντικός Πίνακας Χρόνων Μετακίνησης				
	1	2	3	4
1	6	15	20	23
2	12	4	14	23
3	21	14	7	9
4	25	20	9	6

Για την βαθμονόμηση του μοντέλου θα χρησιμοποιηθεί μια από τις συναρτήσεις διαχωρισμού που έχουν προκύψει από την βαθμονόμηση μοντέλων βαρύτητας σε δύο γειτονικές περιοχές.

**Περιοχή Α**

Πεδίο τιμών χρόνου διαδρομής	$F^m$
0 - 5	0,1
5 - 10	0,15
10 -15	0,35
15 - 20	0,5
20 - 25	0,01

**Περιοχή Β**

Πεδίο τιμών χρόνου διαδρομής	$F^m$
0 - 5	0,3
5 - 10	0,35
10 -15	0,5
15 - 20	0,6
20 - 25	0,7

1. Για να υπολογίσουμε τον μελλοντικό πίνακα Π-Π θα πρέπει κατ' αρχάς να βαθμονομήσουμε το μοντέλο, δηλ. να βρούμε την κατάλληλη συνάρτηση διαχωρισμού F.
2. Από τα δεδομένα του προβλήματος προκύπτει ότι το μοντέλο θα είναι ένα μοντέλο βαρύτητας με διπλό περιορισμό, και η συνάρτηση διαχωρισμού θα είναι ή αυτή που χρησιμοποιήθηκε στην περιοχή A, ή αυτή που χρησιμοποιήθηκε στην περιοχή B.
3. Εξετάζουμε κατ' αρχάς την συνάρτηση διαχωρισμού της περιοχής A, στην συνέχεια την συνάρτηση της περιοχής B και επιλέγουμε εκείνη για την οποία τα αποτελέσματα του μοντέλου προσεγγίζουν καλύτερα τον πραγματικό πίνακα Π-Π όπως έχει καταγραφεί για το έτος βάσης.

F(cij)				
	1	2	3	4
1	0,1	0,35	0,5	0,01
2	0,35	0,1	0,35	0,5
3	0,5	0,35	0,1	0,15
4	0,01	0,5	0,15	0,1

Αξιολόγηση της συναρτήσεως διαχωρισμού της περιοχής A

Από τις τιμές του πίνακα των χρόνων διαδρομής και τις τιμές της συνάρτησης διαχωρισμού προκύπτει ο πίνακας του συναρτήσεως διαχωρισμού μεταξύ τω ζωνών

F(cij)				
	1	2	3	4
1	0,1	0,35	0,5	0,01
2	0,35	0,1	0,35	0,5
3	0,5	0,35	0,1	0,15
4	0,01	0,5	0,15	0,1

Δεδομένου ότι θα εφαρμοσθεί το μοντέλο βαρύτητας διπλού περιορισμού θα χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις:

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$A_i = \frac{1}{\sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})}$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij})}$$

*παράδειγμα*

$$T_{23} = A_2 \cdot O_2 \cdot B_3 \cdot D_3 \cdot f(c_{23})$$

$$A_2 = \frac{1}{B_1 \cdot D_1 \cdot f(c_{21}) + B_2 \cdot D_2 \cdot f(c_{22}) + B_3 \cdot D_3 \cdot f(c_{23}) + B_4 \cdot D_4 \cdot f(c_{24})}$$

$$B_3 = \frac{1}{A_1 \cdot O_1 \cdot f(c_{13}) + A_2 \cdot O_2 \cdot f(c_{23}) + A_3 \cdot O_3 \cdot f(c_{33}) + A_4 \cdot O_4 \cdot f(c_{43}) +}$$



## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Ασκήσεις

Ακολουθείται η επαναληπτική διαδικασία υπολογισμού των τιμών των συντελεστών A και B, όπου στην πρώτη επανάληψη οι συντελεστές B θεωρούνται ίσοι με 1.

	Bj	1	1	1	1																																		
Επανάληψη 1	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>35,5</td> <td>127,8</td> <td>327,5</td> <td>5,6</td> </tr> <tr> <td>124,3</td> <td>36,5</td> <td>229,3</td> <td>280,0</td> </tr> <tr> <td>177,5</td> <td>127,8</td> <td>65,5</td> <td>84,0</td> </tr> <tr> <td>3,6</td> <td>182,5</td> <td>98,3</td> <td>56,0</td> </tr> </table>				35,5	127,8	327,5	5,6	124,3	36,5	229,3	280,0	177,5	127,8	65,5	84,0	3,6	182,5	98,3	56,0	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002014705 0,001492475 0,00219897 0,002938535	<table border="1"> <tr> <td>0,096</td> <td>0,335</td> <td>0,478</td> <td>0,010</td> </tr> <tr> <td>0,183</td> <td>0,052</td> <td>0,183</td> <td>0,261</td> </tr> <tr> <td>0,462</td> <td>0,323</td> <td>0,092</td> <td>0,139</td> </tr> <tr> <td>0,020</td> <td>1,014</td> <td>0,304</td> <td>0,203</td> </tr> </table>	0,096	0,335	0,478	0,010	0,183	0,052	0,183	0,261	0,462	0,323	0,092	0,139	0,020	1,014	0,304	0,203
	35,5	127,8	327,5	5,6																																			
124,3	36,5	229,3	280,0																																				
177,5	127,8	65,5	84,0																																				
3,6	182,5	98,3	56,0																																				
0,096	0,335	0,478	0,010																																				
0,183	0,052	0,183	0,261																																				
0,462	0,323	0,092	0,139																																				
0,020	1,014	0,304	0,203																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,31486	0,57993	0,94531	1,63382																																		
Επανάληψη 2	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>46,7</td> <td>74,1</td> <td>309,6</td> <td>9,2</td> </tr> <tr> <td>163,4</td> <td>21,2</td> <td>216,7</td> <td>457,5</td> </tr> <tr> <td>233,4</td> <td>74,1</td> <td>61,9</td> <td>137,3</td> </tr> <tr> <td>4,7</td> <td>105,8</td> <td>92,9</td> <td>91,5</td> </tr> </table>				46,7	74,1	309,6	9,2	163,4	21,2	216,7	457,5	233,4	74,1	61,9	137,3	4,7	105,8	92,9	91,5	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002275291 0,00116446 0,001973763 0,003391146	<table border="1"> <tr> <td>0,108</td> <td>0,378</td> <td>0,540</td> <td>0,011</td> </tr> <tr> <td>0,143</td> <td>0,041</td> <td>0,143</td> <td>0,204</td> </tr> <tr> <td>0,414</td> <td>0,290</td> <td>0,083</td> <td>0,124</td> </tr> <tr> <td>0,023</td> <td>1,170</td> <td>0,351</td> <td>0,234</td> </tr> </table>	0,108	0,378	0,540	0,011	0,143	0,041	0,143	0,204	0,414	0,290	0,083	0,124	0,023	1,170	0,351	0,234
	46,7	74,1	309,6	9,2																																			
163,4	21,2	216,7	457,5																																				
233,4	74,1	61,9	137,3																																				
4,7	105,8	92,9	91,5																																				
0,108	0,378	0,540	0,011																																				
0,143	0,041	0,143	0,204																																				
0,414	0,290	0,083	0,124																																				
0,023	1,170	0,351	0,234																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,45229	0,53213	0,89529	1,74537																																		
Επανάληψη 3	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>51,6</td> <td>68,0</td> <td>293,2</td> <td>9,8</td> </tr> <tr> <td>180,4</td> <td>19,4</td> <td>205,2</td> <td>488,8</td> </tr> <tr> <td>257,8</td> <td>68,0</td> <td>58,6</td> <td>146,6</td> </tr> <tr> <td>5,2</td> <td>97,1</td> <td>88,0</td> <td>97,8</td> </tr> </table>				51,6	68,0	293,2	9,8	180,4	19,4	205,2	488,8	257,8	68,0	58,6	146,6	5,2	97,1	88,0	97,8	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002366758 0,001118735 0,001883143 0,003472445	<table border="1"> <tr> <td>0,112</td> <td>0,393</td> <td>0,562</td> <td>0,011</td> </tr> <tr> <td>0,137</td> <td>0,039</td> <td>0,137</td> <td>0,196</td> </tr> <tr> <td>0,395</td> <td>0,277</td> <td>0,079</td> <td>0,119</td> </tr> <tr> <td>0,024</td> <td>1,198</td> <td>0,359</td> <td>0,240</td> </tr> </table>	0,112	0,393	0,562	0,011	0,137	0,039	0,137	0,196	0,395	0,277	0,079	0,119	0,024	1,198	0,359	0,240
	51,6	68,0	293,2	9,8																																			
180,4	19,4	205,2	488,8																																				
257,8	68,0	58,6	146,6																																				
5,2	97,1	88,0	97,8																																				
0,112	0,393	0,562	0,011																																				
0,137	0,039	0,137	0,196																																				
0,395	0,277	0,079	0,119																																				
0,024	1,198	0,359	0,240																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,49511	0,52422	0,87898	1,76904																																		

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Ασκήσεις

Επανάληψη 4	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>53,1</td> <td>67,0</td> <td>287,9</td> <td>9,9</td> </tr> <tr> <td>185,8</td> <td>19,1</td> <td>201,5</td> <td>495,4</td> </tr> <tr> <td>265,4</td> <td>67,0</td> <td>57,6</td> <td>148,6</td> </tr> <tr> <td>5,3</td> <td>95,7</td> <td>86,4</td> <td>99,1</td> </tr> </table>				53,1	67,0	287,9	9,9	185,8	19,1	201,5	495,4	265,4	67,0	57,6	148,6	5,3	95,7	86,4	99,1	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002393382 0,001108909 0,001856877 0,003491456	<table border="1"> <tr> <td>0,114</td> <td>0,398</td> <td>0,568</td> <td>0,011</td> </tr> <tr> <td>0,136</td> <td>0,039</td> <td>0,136</td> <td>0,194</td> </tr> <tr> <td>0,390</td> <td>0,273</td> <td>0,078</td> <td>0,117</td> </tr> <tr> <td>0,024</td> <td>1,205</td> <td>0,361</td> <td>0,241</td> </tr> </table>	0,114	0,398	0,568	0,011	0,136	0,039	0,136	0,194	0,390	0,273	0,078	0,117	0,024	1,205	0,361	0,241
	53,1	67,0	287,9	9,9																																			
185,8	19,1	201,5	495,4																																				
265,4	67,0	57,6	148,6																																				
5,3	95,7	86,4	99,1																																				
0,114	0,398	0,568	0,011																																				
0,136	0,039	0,136	0,194																																				
0,390	0,273	0,078	0,117																																				
0,024	1,205	0,361	0,241																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,50711	0,52236	0,87438	1,77511																																		
Επανάληψη 5	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>53,5</td> <td>66,7</td> <td>286,4</td> <td>9,9</td> </tr> <tr> <td>187,3</td> <td>19,1</td> <td>200,5</td> <td>497,1</td> </tr> <tr> <td>267,5</td> <td>66,7</td> <td>57,3</td> <td>149,1</td> </tr> <tr> <td>5,4</td> <td>95,3</td> <td>85,9</td> <td>99,4</td> </tr> </table>				53,5	66,7	286,4	9,9	187,3	19,1	200,5	497,1	267,5	66,7	57,3	149,1	5,4	95,3	85,9	99,4	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002400759 0,00110637 0,00184966 0,003496434	<table border="1"> <tr> <td>0,114</td> <td>0,399</td> <td>0,570</td> <td>0,011</td> </tr> <tr> <td>0,136</td> <td>0,039</td> <td>0,136</td> <td>0,194</td> </tr> <tr> <td>0,388</td> <td>0,272</td> <td>0,078</td> <td>0,117</td> </tr> <tr> <td>0,024</td> <td>1,206</td> <td>0,362</td> <td>0,241</td> </tr> </table>	0,114	0,399	0,570	0,011	0,136	0,039	0,136	0,194	0,388	0,272	0,078	0,117	0,024	1,206	0,362	0,241
	53,5	66,7	286,4	9,9																																			
187,3	19,1	200,5	497,1																																				
267,5	66,7	57,3	149,1																																				
5,4	95,3	85,9	99,4																																				
0,114	0,399	0,570	0,011																																				
0,136	0,039	0,136	0,194																																				
0,388	0,272	0,078	0,117																																				
0,024	1,206	0,362	0,241																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,51039	0,52188	0,87312	1,77676																																		
Επανάληψη 6	Bj.Dj.f(cij)	<table border="1"> <tr> <td>53,6</td> <td>66,7</td> <td>285,9</td> <td>10,0</td> </tr> <tr> <td>187,7</td> <td>19,0</td> <td>200,2</td> <td>497,5</td> </tr> <tr> <td>268,1</td> <td>66,7</td> <td>57,2</td> <td>149,3</td> </tr> <tr> <td>5,4</td> <td>95,2</td> <td>85,8</td> <td>99,5</td> </tr> </table>				53,6	66,7	285,9	10,0	187,7	19,0	200,2	497,5	268,1	66,7	57,2	149,3	5,4	95,2	85,8	99,5	$A_i = 1 / \sum B_j.D_j.f(cij)$ 0,002402778 0,001105684 0,001847694 0,003497775	<table border="1"> <tr> <td>0,114</td> <td>0,399</td> <td>0,571</td> <td>0,011</td> </tr> <tr> <td>0,135</td> <td>0,039</td> <td>0,135</td> <td>0,193</td> </tr> <tr> <td>0,388</td> <td>0,272</td> <td>0,078</td> <td>0,116</td> </tr> <tr> <td>0,024</td> <td>1,207</td> <td>0,362</td> <td>0,241</td> </tr> </table>	0,114	0,399	0,571	0,011	0,135	0,039	0,135	0,193	0,388	0,272	0,078	0,116	0,024	1,207	0,362	0,241
	53,6	66,7	285,9	10,0																																			
187,7	19,0	200,2	497,5																																				
268,1	66,7	57,2	149,3																																				
5,4	95,2	85,8	99,5																																				
0,114	0,399	0,571	0,011																																				
0,135	0,039	0,135	0,193																																				
0,388	0,272	0,078	0,116																																				
0,024	1,207	0,362	0,241																																				
	Bj = 1 / $\sum A_i.O_i.f(cij)$	1,51128	0,52174	0,87277	1,7772																																		

Αντικαθιστώντας στην σχέση

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

Προκύπτει ο πίνακας Π-Π όταν η χρησιμοποιείται η συνάρτηση διαχωρισμού της περιοχής Α

Αποτελέσματα Μοντέλου -				Πίνακας Π-Π	
	1	2	3	4	Σύνολο
1	61	76	326	11	475
2	73	7	77	193	350
3	208	52	44	116	420
4	13	230	207	240	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία χρησιμοποιώντας την συνάρτηση διαχωρισμού της περιοχής Β προκύπτει ο αντίστοιχος πίνακας Π-Π

Αποτελέσματα Μοντέλου -				Πίνακας Π-Π	
	1	2	3	4	Σύνολο
1	38	72	189	176	475
2	53	36	133	127	350
3	96	91	121	112	420
4	168	165	212	145	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Ασκήσεις

Πραγματικός πίνακας

Ετος Βάση - Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	Σύνολο
1	60	70	335	10	475
2	75	15	70	190	350
3	200	50	50	120	420
4	20	230	200	240	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

Ο μέσος χρόνος μετακίνησης:

$$\frac{\sum_{ij} T_{ij} \cdot c_{ij}}{\sum_{ij} T_{ij}} = 13,33$$

Πίνακας με συνάρτηση διαχωρισμού περιοχής A

Αποτελέσματα Μοντέλου - Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	Σύνολο
1	61	76	326	11	475
2	73	7	77	193	350
3	208	52	44	116	420
4	13	230	207	240	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

Ο μέσος χρόνος μετακίνησης:  $\frac{\sum_{ij} T_{ij}^A \cdot c_{ij}}{\sum_{ij} T_{ij}^A} = 13,35$

Το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών από πραγματικό πίνακα

$$\sum_{ij} (T_{ij} - T_{ij}^A)^2 = 459$$

Πίνακας με συνάρτηση διαχωρισμού περιοχής B

Αποτελέσματα Μοντέλου - Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	Σύνολο
1	38	72	189	176	475
2	53	36	133	127	350
3	96	91	121	112	420
4	168	165	212	145	690
Σύνολο	355	365	655	560	1935

Ο μέσος χρόνος μετακίνησης:  $\frac{\sum_{ij} T_{ij}^B \cdot c_{ij}}{\sum_{ij} T_{ij}^B} = 14,03$

Το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών από πραγματικό πίνακα

$$\sum_{ij} (T_{ij} - T_{ij}^B)^2 = 111215$$

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

## Ασκήσεις

Από σύγκριση των αποτελεσμάτων, δηλ. του μέσου χρόνου μετακίνησης και του αθροίσματος των τετραγώνων των διαφορών των μετακινήσεων για κάθε ζεύγος Π-Π, προκύπτει ότι η συνάρτηση διαχωρισμού της περιοχής A περιγράφει καλύτερα την διαδικασία της κατανομής των μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης.

Για την πρόβλεψη του μελλοντικού πίνακα Π-Π υπολογίζονται κατ' αρχάς οι τιμές των συντελεστών εξισορρόπησης,  $A_i$  και  $B_j$ , με βάση τον μελλοντικό πίνακα των χρόνων μετακίνησης και τις μελλοντικές παραγόμενες και ελκόμενες μετακινήσεις από κάθε ζώνη

Μελλοντικός Πίνακας Χρόνων Μετακίνησης				
	1	2	3	4
1	6	15	20	23
2	12	4	14	23
3	21	14	7	9
4	25	20	9	6

F(cij)				
	1	2	3	4
1	0,15	0,35	0,5	0,01
2	0,35	0,1	0,35	0,01
3	0,01	0,35	0,15	0,15
4	0,01	0,5	0,15	0,15

# ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

# Ασκήσεις

Επανάληψη 1  
Επανάληψη 2  
Επανάληψη 3

$B_j = 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
105,0	140,0	450,0	7,0	0,001424501
245,0	40,0	315,0	7,0	0,001647446
7,0	140,0	135,0	105,0	0,002583979
7,0	200,0	135,0	105,0	0,002237136

Ai.Oi.f(cij)			
0,128	0,299	0,427	0,009
0,288	0,082	0,288	0,008
0,018	0,633	0,271	0,271
0,020	1,007	0,302	0,302
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,19911	0,49473	0,7758	1,69458

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
230,9	69,3	349,1	11,9	0,001512534
538,8	19,8	244,4	11,9	0,001227279
15,4	69,3	104,7	177,9	0,002722416
15,4	98,9	104,7	177,9	0,002518862

Ai.Oi.f(cij)			
0,136	0,318	0,454	0,009
0,215	0,061	0,215	0,006
0,019	0,667	0,286	0,286
0,023	1,133	0,340	0,340
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,54694	0,45883	0,77254	1,55979

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
267,4	64,2	347,6	10,9	0,001448803
624,0	18,4	243,3	10,9	0,001115299
17,8	64,2	104,3	163,8	0,002856042
17,8	91,8	104,3	163,8	0,002647853

Ai.Oi.f(cij)			
0,130	0,304	0,435	0,009
0,195	0,056	0,195	0,006
0,020	0,700	0,300	0,300
0,024	1,192	0,357	0,357
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,70715	0,44419	0,7769	1,48895

# ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΕΩΝ:

# Ασκήσεις

Επανάληψη 4  
Επανάληψη 5  
Επανάληψη 6

**Bj =**  
**1 / Σ Ai.Oi.f(cij)** 2,70715 0,44419 0,7769 1,48895

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
284,3	62,2	349,6	10,4	0,001415496
663,3	17,8	244,7	10,4	0,001068187
19,0	62,2	104,9	156,3	0,002920914
19,0	88,8	104,9	156,3	0,002709953

Ai.Oi.f(cij)			
0,127	0,297	0,425	0,008
0,187	0,053	0,187	0,005
0,020	0,716	0,307	0,307
0,024	1,219	0,366	0,366
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,78425	0,43749	0,77874	1,45693

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
292,3	61,2	350,4	10,2	0,001400114
682,1	17,5	245,3	10,2	0,001046964
19,5	61,2	105,1	153,0	0,002951189
19,5	87,5	105,1	153,0	0,002739006

Ai.Oi.f(cij)			
0,126	0,294	0,420	0,008
0,183	0,052	0,183	0,005
0,021	0,723	0,310	0,310
0,025	1,233	0,370	0,370
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,82057	0,43441	0,77949	1,44243

Bj.Dj.f(cij)				A <sub>i</sub> = 1/ Σ Bj.Dj.f(cij)
296,2	60,8	350,8	10,1	0,001393036
691,0	17,4	245,5	10,1	0,001037289
19,7	60,8	105,2	151,5	0,002965184
19,7	86,9	105,2	151,5	0,002752456

Ai.Oi.f(cij)			
0,125	0,293	0,418	0,008
0,182	0,052	0,182	0,005
0,021	0,726	0,311	0,311
0,025	1,239	0,372	0,372
<b>Bj =</b>			
<b>1 / Σ Ai.Oi.f(cij)</b>			
2,83745	0,433	0,77981	1,43581

Επανάληψη 7

<b>B<sub>j</sub> =</b>				
<b>1 / Σ A<sub>i</sub>.O<sub>i</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				
	2,83745	0,433	0,77981	1,43581

<b>B<sub>j</sub>.D<sub>j</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				<b>A<sub>i</sub> =</b>
				<b>1/ Σ B<sub>j</sub>.D<sub>j</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>
297,9	60,6	350,9	10,1	0,001389825
695,2	17,3	245,6	10,1	0,001032861
19,9	60,6	105,3	150,8	0,002971629
19,9	86,6	105,3	150,8	0,002758654

<b>A<sub>i</sub>.O<sub>i</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				
0,125	0,292	0,417	0,008	
0,181	0,052	0,181	0,005	
0,021	0,728	0,312	0,312	
0,025	1,241	0,372	0,372	

Επανάληψη 8

<b>B<sub>j</sub> =</b>				
<b>1 / Σ A<sub>i</sub>.O<sub>i</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				
	2,84524	0,43235	0,77995	1,43278

<b>B<sub>j</sub>.D<sub>j</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				<b>A<sub>i</sub> =</b>
				<b>1/ Σ B<sub>j</sub>.D<sub>j</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>
298,8	60,5	351,0	10,0	0,00138834
697,1	17,3	245,7	10,0	0,001030831
19,9	60,5	105,3	150,4	0,002974592
19,9	86,5	105,3	150,4	0,002761504

<b>A<sub>i</sub>.O<sub>i</sub>.f(c<sub>ij</sub>)</b>				
0,125	0,292	0,417	0,008	
0,180	0,052	0,180	0,005	
0,021	0,729	0,312	0,312	
0,025	1,243	0,373	0,373	

Αντικαθιστώντας στην σχέση

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

Προκύπτει ο μελλοντικός πίνακας Π-Π στην περιοχή μελέτης

Αποτελέσματα Μοντέλου - Μελλοντικός Πίνακας Π-Π					
	1	2	3	4	Σύνολο
1	249	50	292	8	600
2	360	9	127	5	500
3	42	126	219	313	700
4	50	215	262	374	900
Σύνολο	700	400	900	700	2700

Στο πρόβλημα που αναλύθηκε, είχαμε να επιλέξουμε μεταξύ 2 συναρτήσεων διαχωρισμού και επιλέξαμε την πλέον κατάλληλη για την περιοχή που μελετάμε.

Στην περίπτωση που δεν διατίθενται συναρτήσεις ή που αυτές που είναι διαθέσιμες δεν εξασφαλίζουν ότι τα αποτελέσματα του μοντέλου είναι μια καλή προσέγγιση του πραγματικού πίνακα Π-Π, ο αναλυτής θα πρέπει να εξετάσει διαφορετικές μορφές συναρτήσεων διαχωρισμού (τις οποίες έχουμε ήδη παρουσιάσει) και με διαφορετικές τιμές των παραμέτρων τους ακολουθώντας την ίδια διαδικασία.