

# 6

## Ανάλυση διακριτών επιλογών

### ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

#### Αθροιστικά ή εξατομικευμένα μοντέλα γενικά χαρακτηριστικά

##### **Αθροιστικά**

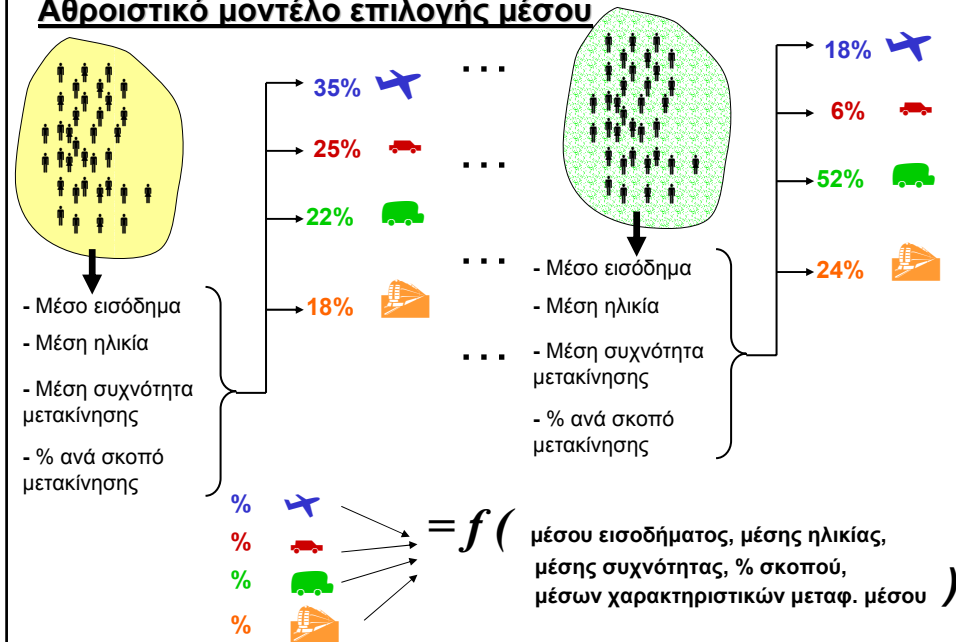
- Μακροσκοπική θεώρηση του προβλήματος
- Αναλύουν τα χαρακτηριστικά στο σύνολο του πληθυσμού που εξετάζεται
- Υπολογίζουν ποσοστά ή απόλυτα μεγέθη ζήτησης, βάσει μέσων χαρακτηριστικών του πληθυσμού

##### **Εξατομικευμένα**

- Μικροσκοπική θεώρηση του προβλήματος
- Αναλύουν τα χαρακτηριστικά και τις επιλογές του κάθε μετακινούμενου
- Υπολογίζουν την πιθανότητα ο κάθε μετακινούμενος να κάνει μια συγκεκριμένη επιλογή

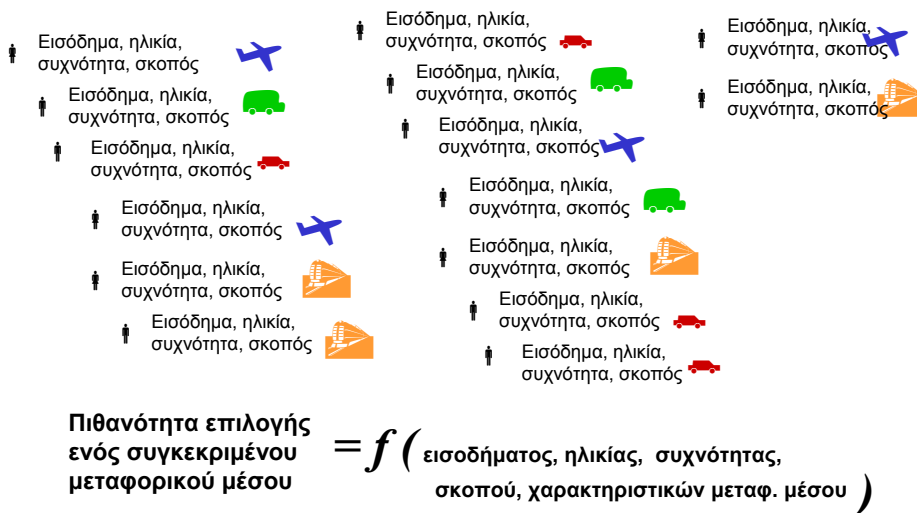
## ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

### Αθροιστικό μοντέλο επιλογής μέσου



## ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

### εξατομικευμένα μοντέλα (Disaggregate models)



## Αθροιστικά ή εξατομικευμένα μοντέλα γενικά χαρακτηριστικά

### Αθροιστικά

- Λιγότερο λεπτομερή
- Αναλύουν την μέση συμπεριφορά



- Χαμηλότερη ακρίβεια πρόβλεψης
- Απαιτούμενα στοιχεία είναι πιο εύκολα διαθέσιμα
- Χαμηλότερο κόστος συλλογής στοιχείων

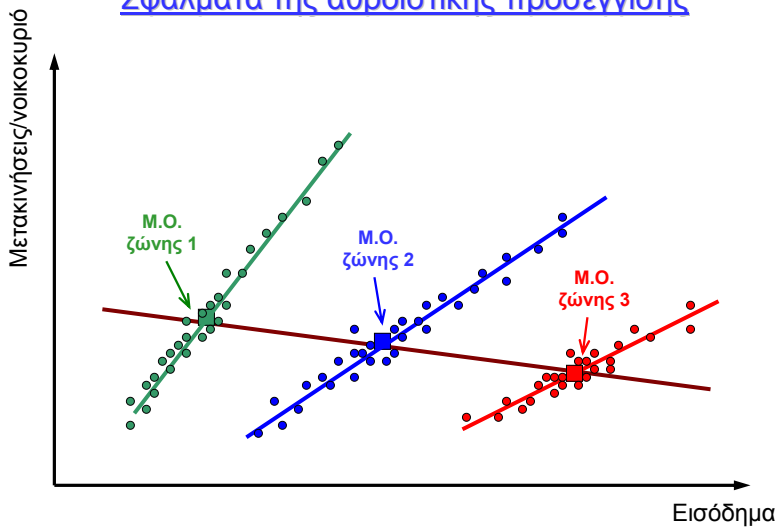
### Εξατομικευμένα

- Μεγαλύτερη λεπτομέρεια ανάλυσης
- Επεξηγούν την συμπεριφορά του μετακινούμενου με βάση τα χαρακτηριστικά του

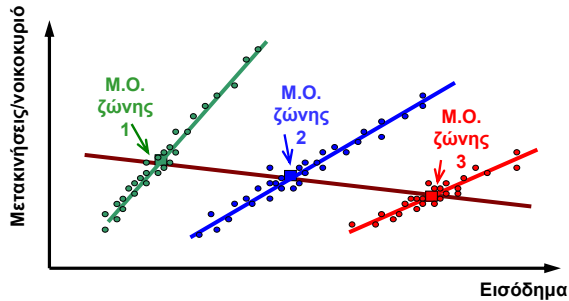


- μεγαλύτερη ακρίβεια πρόβλεψης
- Υψηλές απαιτήσεις σε στοιχεία
- Υψηλότερο κόστος συλλογής στοιχείων και ανάπτυξης μοντέλου
- Εξειδικευμένη γνώση στατιστικής και οικονομετρίας
- Προβλήματα μεταφοράς των συμπερασμάτων από ατομικό επίπεδο στο σύνολο του πληθυσμού.

## Σφάλματα της αθροιστικής προσέγγισης



## Σφάλματα της αθροιστικής προσέγγισης



- Ένα αθροιστικό μοντέλο προσδιορίζει στην σχέση μεταξύ του μέσου εισοδήματος και του μέσου αριθμού μετακινήσεων ανά νοικοκυριό. Τα μεγέθη αυτά αφορούν μέσους όρους σε κάθε ζώνη.
- Σε ένα εξατομικευμένο μοντέλο προσδιορίζεται η σχέση μεταξύ του εισοδήματος κάθε νοικοκυριού και των μετακινήσεων που γίνονται από τα μέλη αυτού του νοικοκυριού.
- Με την χρήση μέσων όρων, χάνεται ουσιαστική πληροφορία σχετικά με την επιρροή των διαφόρων κοινωνικοοικονομικών χαρακτηριστικών στον αριθμό των μετακινήσεων που πραγματοποιούνται σε κάθε νοικοκυριό. Αυτό μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα τον προσδιορισμό εσφαλμένων σχέσεων μεταξύ των μετακινήσεων και των κοινωνικοοικονομικών χαρακτηριστικών.

## Αθροιστικά ή εξατομικευμένα μοντέλα γενικά χαρακτηριστικά

- **Αθροιστικά μοντέλα:** Υπολογίζουν τον συνολικό αριθμό ή το ποσοστό των μετακινούμενων που κάνουν μια επιλογή  $k$ . Τα μοντέλα προσδιορίζουν την σχέση ανάμεσα στα ποσοστά που προσελκύει η κάθε επιλογή και στις μέσες τιμές των χαρακτηριστικών των επιλογών και των μετακινούμενων. Τα ποσοστά και οι μέσες τιμές αναφέρονται στο επίπεδο της μονάδας ανάλυσης που είναι συνήθως η κυκλοφοριακή ζώνη. Επομένως κάθε παρατήρηση που αναλύεται αφορά αθροιστικά μεγέθη που σχετίζονται με κάθε ζώνη.
- **Εξατομικευμένα μοντέλα:** Χρησιμοποιούν στοιχεία από έρευνες χαρακτηριστικών μετακινήσεων σε ατομικό επίπεδο. Για την προσδιορισμό της μορφής και την εκτίμηση των συντελεστών του μοντέλου κάθε παρατήρηση της εξαρτημένης μεταβλητής είναι **μία μετακίνηση**. Σε αυτή την προσέγγιση γενικά χρησιμοποιούμε την έννοια της **ωφέλειας**, που θεωρείται ότι εκφράζει την ελκυστικότητα κάθε συγκεκριμένης εναλλακτικής επιλογής που έχει ο μετακινούμενος. Τα περισσότερα μοντέλα χρησιμοποιούν την **αντιληπτή ωφέλεια / ελκυστικότητα** ενός συγκεκριμένο μέσου που εκφράζεται σαν ένα σταθμισμένο άθροισμα κάποιων χαρακτηριστικών του, όπως τα αντιλαμβάνεται ο μετακινούμενος. Τα χαρακτηριστικά αυτά συνήθως περιλαμβάνουν μεταβλητές του μεταφορικού συστήματος όπως χρόνος και κόστος μετακίνησης, και μπορεί να περιλαμβάνει και κοινωνικοοικονομικά χαρακτηριστικά του μετακινούμενου όπως, εισόδημα, ιδιοκτησία ΙΧ ή άδειας οδήγησης, ηλικία, φύλο, κλπ.

## εξατομικευμένα μοντέλα - η διαδικασία της επιλογής

### Διαδικασία Επιλογής

- Είναι μια διαδοχική διαδικασία αποφάσεων που περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια
  1. καθορισμός του προβλήματος επιλογής
  2. Γένεση των εναλλακτικών επιλογών/λύσεων
  3. Αξιολόγηση των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών
  4. Επιλογή
  5. Εφαρμογή

### Οι συνιστώσες ενός προβλήματος επιλογής

- 1) Το άτομο που λαμβάνει την απόφαση, δηλ. ο μετακινούμενος  
*Οι μετακινούμενοι αντιμετωπίζουν διαφορετικά προβλήματα, έχουν διαφορετικές απαιτήσεις και διαφορετικές προτιμήσεις*
- 2) Οι εναλλακτικές επιλογές  
*Το περιβάλλον του μετακινούμενου προσδιορίζει το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών που είναι διαθέσιμα. Κατά την διαδικασία επιλογής ο μετακινούμενος λαμβάνει υπόψη του ένα υποσύνολο αυτού του συνόλου, που περιλαμβάνει εκείνες τις **εναλλακτικές επιλογές που είναι γνωστές στον μετακινούμενο και που τις θεωρεί εφικτές**. Αυτές αποτελούν το **σύνολο των εναλλακτικών επιλογών (choice set) του μετακινούμενου**. π.χ. μπορεί να μην γνωρίζει για μια λεωφοριακή γραμμή που μπορεί να τον εξυπηρετήσει, ή μπορεί να μην είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει το ΙΧ γιατί το χρησιμοποιεί άλλο μέλος του νοικοκυριού.*
- 3) Τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών  
Περιγράφει τον μηχανισμό που χρησιμοποιεί ο μετακινούμενος για να επεξεργαστεί την διαθέσιμη πληροφορία και να καταλήξει σε μια επιλογή. Οι κανόνες επιλογής

## ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

### 4) Ο κανόνας επιλογής/ λήψης απόφασης

Περιγράφει τον μηχανισμό που χρησιμοποιεί ο μετακινούμενος για να επεξεργαστεί την διαθέσιμη πληροφορία και να καταλήξει σε μια επιλογή. Οι κανόνες επιλογής μπορούν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες κατηγορίες :

- ❑ **Επικράτησης:** μια εναλλακτική επιλογή προτιμάται όταν τουλάχιστον όσον αφορά ένα χαρακτηριστικό της είναι πολύ καλύτερη δηλ. επικρατέστερη από τις υπόλοιπες, και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά της δεν είναι χειρότερα από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά των υπολοίπων επιλογών (δεν οδηγεί σε μοναδική λύση)
- ❑ **Ικανοποίησης:** για κάθε χαρακτηριστικό τίθεται ένα αποδεκτό επίπεδο ικανοποίησης που χρησιμοποιείται σαν κριτήριο επιλογής. Εάν μια εναλλακτική λύση δεν ικανοποιεί το κριτήριο τότε απορρίπτεται. Π.χ. Κριτήριο : ο χρόνος μετακίνησης να είναι μικρότερος από 30'. Όλα τα μέσα με μεγαλύτερο χρόνο διαδρομής απορρίπτονται (δεν οδηγεί σε μοναδική λύση).
- ❑ **Ωφέλειας :** Η ελκυστικότητα μιας επιλογής εκφράζεται σαν συνάρτηση όλων των χαρακτηριστικών της που σταθμίζονται κατάλληλα. Η συνάρτηση αυτή εκφράζει την ωφέλεια που έχει ο μετακινούμενος αν κάνει την συγκεκριμένη επιλογή. Ο μετακινούμενος επιλέγει την λύση που του δίνει την μεγαλύτερη ωφέλεια -- **Κανόνας μεγιστοποίησης της Ωφέλειας**

## ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡ. ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

## Θεωρία Μεγιστοποίησης της ωφέλειας

### Ντετερμινιστικά μοντέλα μεγιστοποίησης της ωφέλειας

#### Παράδειγμα

- ❑ Ένας εργαζόμενος μπορεί να πάει στην τόπο εργασίας του με ένα από τους ακόλουθους τρόπους:
  - οδηγώντας το δικό του ΙΧ, (**ΙΧ**)
  - επιβάτης σε άλλο ΙΧ μοιραζόμενος το κόστος μετακίνησης (**ΙΧα**)
  - με λεωφορείο, (**Λ**)
- ❑ Τα χαρακτηριστικά της μετακίνησης που λαμβάνονται υπόψη είναι ο χρόνος μετακίνησης **T** (σε ώρες), και το κόστος μετακίνησης **C** (ΕΥΡΩ),
- ❑ Τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου που επηρεάζουν την επιλογή είναι το ετήσιο εισόδημα **Y** (σε ΕΥΡΩ)
- ❑ Έστω ότι η ωφέλεια εκφράζεται με την σχέση

$$U(T,C,Y) = -T - 5C/Y$$

**Η ωφέλεια μειώνεται καθώς ο χρόνος, κόστος μετακίνησης αυξάνονται**

- Ο χρόνος και το κόστος της μετακίνησης με το κάθε μέσο είναι:

	Χρόνος (T) (ώρες)	Κόστος (C) (ΕΥΡΩ)
<b>IX</b>	0,50	2,00
<b>IXα</b>	0,75	1,00
<b>Λ</b>	1,00	0,75

Και η ωφέλεια για δύο κατηγορίες εισοδημάτων, 40000 ΕΥΡΩ/έτος ( $Y=40$ ), και 10000 ΕΥΡΩ/έτος ( $Y=10$ ) υπολογίζεται,

	Ωφέλεια (U) <b>Y=40</b>	Ωφέλεια (U) <b>Y=10</b>
<b>IX</b>	<b>-0,75</b>	-1,50
<b>IXα</b>	-0,88	<b>-1,25</b>
<b>Λ</b>	-1,09	-1,38

*Ο μετακινούμενος με υψηλό εισόδημα επιλέγει IX, και αυτός με χαμηλό εισόδημα IXα*

- Ας θεωρήσουμε ότι το επίπεδο εξυπηρέτησης με λεωφορείο βελτιώνεται και ο χρόνος μετακίνησης είναι 0,75 ώρες. Οι νέες τιμές της ωφέλειας που σχετίζεται με κάθε μέσο είναι:

	Ωφέλεια (U) <b>Y=40</b>	Ωφέλεια (U) <b>Y=10</b>
<b>IX</b>	<b>-0,75</b>	-1,50
<b>IXα</b>	-0,88	-1,25
<b>Λ</b>	-1,09	<b>-1,13</b>

*Ο μετακινούμενος με υψηλό εισόδημα εξακολουθεί να επιλέγει IX, ενώ αυτός με χαμηλό εισόδημα αλλάζει και τώρα χρησιμοποιεί Λ.*



Τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου που βασίζεται στην αρχή της μεγιστοποίησης της ωφέλειας:

- μια συνάρτηση ωφέλειας μπορεί να περιγράψει την εξάρτηση των επιλογών (IX, IXα, Λ) από τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου (εισόδημα) και τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών (χρόνος και κόστος μετακίνησης)
- η θεωρία ωφέλειας μπορεί να προβλέψει τις μεταβολές στις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι, όταν τα χαρακτηριστικά μιας επιλογής μεταβάλλονται
- Το μοντέλο μπορεί εύκολα να επεκταθεί έτσι ώστε να αναλύσει περισσότερα από 3 μεταφορικά μέσα



Τα κύρια χαρακτηριστικά της μεθόδου που βασίζεται στην αρχή της μεγιστοποίησης της ωφέλειας:

- Για την πραγματοποίηση μιας μετακίνησης, ο μετακινούμενος δαπανά χρόνο και χρήμα. Ο μετακινούμενος επιβαρύνεται παρά ωφελείται από την διαδικασία της μετακίνησης.
- Επομένως η ωφέλεια που έχει ένας μετακινούμενος αποκλειστικά και μόνο από την πραγματοποίηση μιας μετακίνησης είναι ένα μέγεθος αρνητικό.
- Οι συντελεστές μιας συνάρτησης ωφέλειας που σχετίζονται με χαρακτηριστικά της μετακίνησης που επιβαρύνουν το μετακινούμενο (π.χ. χρόνος και κόστος) έχουν αρνητικό πρόσημο.



### αθροιστικές επιλογές

- Ο χρόνος και το κόστος της μετακίνησης με το κάθε μέσο είναι:

	Χρόνος (T) (ώρες)	Κόστος (C) (ΕΥΡΩ)
<b>IX</b>	0,50	2,00
<b>IXα</b>	0,75	1,00
<b>Λ</b>	1,00	0,75

- Και η κατανομή του εισοδήματος είναι:

<u>Εισόδημα</u>	<u>% μετακινούμενων</u>
17	5%
19	15%
27	25%
33	25%
37	20%
40	10%

εισόδημα	%	U(IX)	U(IXα)	U(Λ)	επιλογή
17	5	-1,09	<b>-1,04</b>	-1,22	<b>IXα</b>
19	15	-1,03	<b>-1,01</b>	-1,20	<b>IXα</b>
27	25	<b>-0,87</b>	-0,94	-1,14	<b>IX</b>
33	25	<b>-0,80</b>	-0,90	-1,11	<b>IX</b>
37	20	<b>-0,77</b>	-0,89	-1,10	<b>IX</b>
40	10	<b>-0,75</b>	-0,88	-1,09	<b>IX</b>

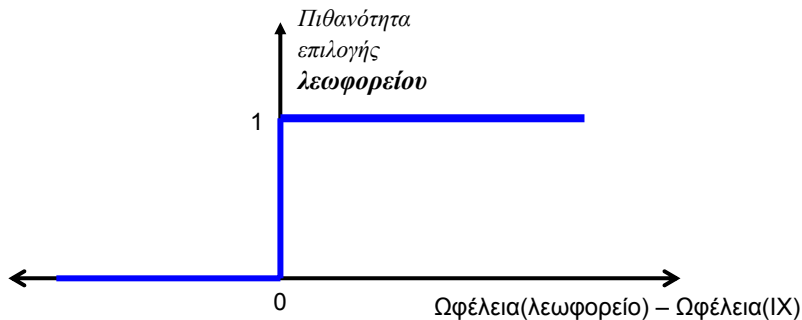


20% επιλέγουν IXα και 80% το IX

Κανένας μετακινούμενος δεν επιλέγει το Λ

### Κανόνας επιλογής σε ντετερμινιστικό μοντέλο μεγιστοποίησης της ωφέλειας

- Η ωφέλεια είναι ντετερμινιστική
- Ο κανόνας επιλογής είναι ντετερμινιστικός
- Εάν  $\Omega\text{φέλεια}(\text{λεωφορείο}) - \Omega\text{φέλεια}(\text{ΙΧ}) > 0$ , Πιθανότητα(λεωφορείο)=1
- Εάν  $\Omega\text{φέλεια}(\text{λεωφορείο}) - \Omega\text{φέλεια}(\text{ΙΧ}) < 0$ , Πιθανότητα(λεωφορείο)=0



### Ανεπάρκεια των ντετερμινιστικών μοντέλων ωφέλειας

- Τα ντετερμινιστικά μοντέλα ωφέλειας βασίζονται στην αρχή της μεγιστοποίησης της ωφέλειας που δίνει ντετερμινιστικές προβλέψεις
- Όμως στην πραγματικότητα, μετακινούμενοι με τα ίδια χαρακτηριστικά κάνουν διαφορετικές επιλογές όταν αντιμετωπίζουν παρόμοια (ή ακόμα και τα ίδια) εναλλακτικά σενάρια επιλογής. Ακόμα και ο ίδιος μετακινούμενος μπορεί να κάνει διαφορετικές επιλογές σε διαφορετικές περιστάσεις
- Δεν είναι δυνατό ένα μοντέλο να περιλάβει όλες τις μεταβλητές που επηρεάζουν την διαδικασία επιλογής που εφαρμόζει ο κάθε μετακινούμενος, και επομένως δεν είναι δυνατόν να γίνουν προβλέψεις με 100% βεβαιότητα.
- Στην προτυποποίηση ενός προβλήματος επιλογής υπάρχουν
  - σφάλματα μετρήσεων και ελλιπής πληροφορία,
  - διαφορές στις προτιμήσεις που έχουν οι μετακινούμενοι, οι οποίες δεν παρατηρούνται/καταγράφονται
  - Χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών που δεν παρατηρούνται ή δεν μπορούν να ποσοτικοποιηθούν.

➔ τα ντετερμινιστικά μοντέλα παρέχουν μια ανεπαρκή περιγραφή της ανθρώπινης συμπεριφοράς

## μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας ή πιθανοκρατικά μοντέλα επιλογής

- Εάν ο αναλυτής είχε στοιχεία για όλες τις μεταβλητές που σχετίζονται με (δηλ. όλους τους παράγοντες που επηρεάζουν) το πρόβλημα της επιλογής, τα ντετερμινιστικά μοντέλα θα μπορούσαν να περιγράψουν το πρόβλημα επιλογής ικανοποιητικά, και να δώσουν αξιόπιστες προβλέψεις.
- Όμως ο απαιτούμενος όγκος στοιχείων δεν είναι διαθέσιμος. Δεν είναι δυνατόν να συλλεχθούν στοιχεία α) για τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που λαμβάνει υπόψη ο κάθε μετακινούμενος, β) για τις ιδιαίτερες προτιμήσεις που μπορεί να έχει, και γ) για τα πιθανά λάθη που οφείλονται στην έλλειψη πλήρους και ακριβούς εικόνας για τα χαρακτηριστικά των μεταφορικών συστημάτων που είναι διαθέσιμα για κάθε συγκεκριμένη επιλογή.
- Τα μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας ή πιθανοκρατικά μοντέλα επιλογής αναγνωρίζουν αυτήν την έλλειψη πλήρους πληροφορίας
  - περιγράφουν τις προτιμήσεις και τις επιλογές με πιθανότητες
  - Αντί να προβλέψουν ότι ένας μετακινούμενος θα κάνει μια επιλογή με βεβαιότητα, υπολογίζουν τις πιθανότητες κάθε μια από τις εναλλακτικές λύσεις να επιλεγεί.

## Η Θεωρία της στοχαστικής ωφέλειας

### ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

#### 1) Οι μετακινούμενοι

- ανήκουν σε ένα συγκεκριμένο ομοιογενή πληθυσμό
- έχουν οικονομικά ορθολογική συμπεριφορά,
- κατέχουν ακριβή και πλήρη πληροφορία σχετικά με τα χαρακτηριστικά των εναλλακτικών επιλογών που έχουν



Επομένως : Κάνουν εκείνη την επιλογή που

**μεγιστοποιεί την προσωπική τους ωφέλεια**

υπό τους κοινωνικούς, νομικούς, φυσικούς και οικονομικούς περιορισμούς που έχουν

## 2) Τα χαρακτηριστικά των μετακινούμενων και των εναλλακτικών επιλογών τους

- Το σύνολο των επιλογών που έχουν οι μετακινούμενοι έχει προκαθορισθεί και δεν επηρεάζει την διαδικασία λήψης της απόφασης επιλογής. Το σύνολο των επιλογών περιλαμβάνει  $N$  επιλογές και συμβολίζεται,  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_j, \dots, A_N\}$
- Υπάρχει ένα σύνολο  $X$  διανυσμάτων των χαρακτηριστικών των μετακινούμενων και των επιλογών τους, που δίνουν τις τιμές αυτών των χαρακτηριστικών όπως έχουν μετρηθεί από τον αναλυτή. Τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου που μπορεί να χρησιμοποιηθούν, περιλαμβάνουν την ηλικία, το εισόδημα, το φύλο, την απασχόληση, κ.α. Τα χαρακτηριστικά της μετακίνησης περιλαμβάνουν, τον συνολικό χρόνο διαδρομής και το συνολικό κόστος διαδρομής, ή τις επί μέρους συνιστώσες του (π.χ. όπως αναφέρονται στην τυποποίηση του γενικευμένου κόστους μετακίνησης), και τυχόν αλλά χαρακτηριστικά που σχετίζονται με το επίπεδο εξυπηρέτησης, την αξιοπιστία κ.α.

## 3) Η Ωφέλεια – χρησιμότητα (utility)

- Η ελκυστικότητα κάθε μιας από τις εναλλακτικές επιλογές που έχουν οι μετακινούμενοι μπορεί να περιγραφεί με ένα μέτρο της ωφέλειας που θα έχει ο μετακινούμενος αν την επιλέξει
- Κάθε εναλλακτική επιλογή  $A_j$  σχετίζεται με μια ωφέλεια  $U_{jq}$  για τον μετακινούμενο  $q$ .
- Ο αναλυτής δεν έχει πλήρη πληροφορία για όλες τις παραμέτρους που λαμβάνει υπόψη ο μετακινούμενος όταν κάνει την επιλογή του.

- Επομένως η ωφέλεια  $U_{jq}$  μπορεί να αναπαρασταθεί από 2 συνιστώσες
  - a) την αντιπροσωπευτική, συστηματική, ή μετρούμενη ωφέλεια  $V_{jq}$  που είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών  $x$  που έχουν μετρηθεί από τον αναλυτή
  - b) Μια στοχαστική/τυχαία συνιστώσα  $\varepsilon_{jq}$  που αναπαριστά, τις ιδιοσυγκρασίες και ιδιαίτερες προτιμήσεις του μετακινούμενου, και τα σφάλματα μέτρησης και παρατήρησης (δηλ. προτυποποίησης του προβλήματος) που κάνει ο αναλυτής

$$U_{jq} = V_{jq} + \varepsilon_{jq}$$

- c) η ωφέλεια  $U_{jq}$  αναπαριστά την **αντιληπτή** ωφέλεια της επιλογής  $j$ , δηλ. την ωφέλεια όπως την αντιλαμβάνεται ο μετακινούμενος (λόγω των ιδιαίτερων προτιμήσεων που έχει, ή/και λόγω σφαλμάτων που υπεισέρχονται από την έλλειψη πλήρους/ακριβούς γνώσης των χαρακτηριστικών των διαθέσιμων εναλλακτικών επιλογών που έχει)

*Για να ισχύει η παραπάνω σχέση απαιτείται ομοιογένεια των μετακινούμενων, δηλ. θα πρέπει να έχουν όλοι το ίδιο σύνολο επιλογών  $A$  και να αντιμετωπίζουν τους ίδιους περιορισμούς.*

- Η στοχαστική/τυχαία συνιστώσα  $\varepsilon_{jq}$  που ονομάζεται και τυχαίο σφάλμα του μοντέλου μπορεί να θεωρηθεί ότι ακολουθεί μια κατανομή πιθανότητας με μέση τιμή 0.
- Η συστηματική συνιστώσα μπορεί να εκφρασθεί από την σχέση:

$$V_{jq} = \sum_k \theta_{kj} \cdot x_{jkq}$$

Όπου οι τιμές των παραμέτρων  $\theta$  θεωρούνται σταθερές για όλους τους μετακινούμενους, αλλά μπορεί να είναι διαφορετικές για τις διαφορετικές εναλλακτικές επιλογές που έχουν οι μετακινούμενοι.

4) Ο κανόνας επιλογής

- Ο μετακινούμενος  $q$  επιλέγει εκείνη την εναλλακτική λύση που έχει την μεγαλύτερη αντιληπτή ωφέλεια, δηλ.

$$\text{επιλέγει το } A_j \text{ εάν και μόνο εάν } U_{jq} \geq U_{iq}, \quad \forall A_i \in A(q)$$

$$U_{jq} \geq U_{iq} \Rightarrow V_{jq} + \varepsilon_{jq} \geq V_{iq} + \varepsilon_{iq} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{jq} - V_{iq} \geq \varepsilon_{iq} - \varepsilon_{jq}$$

η τιμή του  $\varepsilon_{iq} - \varepsilon_{jq}$  δεν μπορεί να είναι γνωστή για κάθε μετακινούμενο  $q$ , και επομένως υπολογίζεται η πιθανότητα επιλογής του  $A_j$  (σύμφωνα με την παραδοχή που έχει γίνει για την κατανομή του σφάλματος) που δίνεται από την σχέση

$$P_{jq} = \text{Prob}\{ \varepsilon_{iq} \leq \varepsilon_{jq} + (V_{jq} - V_{iq}) \quad \forall A_i \in A(q) \}$$

Για απλοποίηση μπορούμε να παραλείψουμε τον δείκτη  $q$  (που σχετίζεται με τον μετακινούμενο), οπότε η πιθανότητα εκφράζεται ως εξής:

$$P_j = \text{Prob}\{ \varepsilon_i \leq \varepsilon_j + (V_j - V_i) \quad \forall A_i \}$$

Πού μπορεί να υπολογισθεί από την ακόλουθη σχέση όταν η κοινή κατανομή των σφαλμάτων  $\varepsilon$ ,  $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$  είναι γνωστή :

$$P_j = \int_{\varepsilon_j = -\infty}^{+\infty} \int_{\varepsilon_1 = -\infty}^{V_j - V_1 + \varepsilon_j} \int_{\varepsilon_2 = -\infty}^{V_j - V_2 + \varepsilon_j} \dots \int_{\varepsilon_k = -\infty}^{V_j - V_k + \varepsilon_j} \dots$$

$$\dots \int_{\varepsilon_N}^{V_j - V_N + \varepsilon_j} f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_j, \dots, \varepsilon_N) d\varepsilon_N d\varepsilon_{N-1} \dots d\varepsilon_1 d\varepsilon_j$$

Αυτή η πιθανότητα είναι πολύ δύσκολο να υπολογισθεί παρά μόνο όταν οι κατανομές των  $\varepsilon_i$  για κάθε επιλογή δεν συσχετίζονται.

Τα μοντέλα στοχαστικής ωφέλειας που χρησιμοποιούνται ευρέως στον σχεδιασμό των μεταφορών, βασίζονται στην πλειοψηφία τους στην παραδοχή ότι :

- οι κατανομές των σφαλμάτων των συναρτήσεων ωφέλειας που σχετίζονται με κάθε επιλογή είναι ίδιες (έχουν όλες την ίδια μέση τιμή =0, και την ίδια μεταβλητότητα) και
- οι κατανομές των σφαλμάτων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, δηλ. δεν συσχετίζονται.

*Που είναι γνωστή ως η αρχή της ανεξαρτησίας και ταυτοσημίας των κατανομών των σφαλμάτων των συναρτήσεων ωφέλειας*

Επομένως η κοινή κατανομή των σφαλμάτων  $\varepsilon$ ,  $f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$  μπορεί να εκφρασθεί :

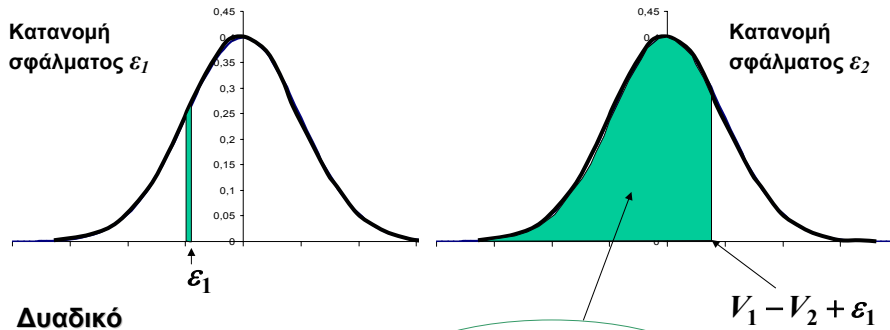
$$f(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N) = \prod_k g(\varepsilon_k)$$

Όπου  $g(\varepsilon_k)$  η κατανομή του σφάλματος που σχετίζεται με την επιλογή  $k$

Με βάση αυτές τις παραδοχές, η πιθανότητα υπολογίζεται από την απλούστερη σχέση:

$$P_j = \int_{\varepsilon_j = -\infty}^{+\infty} g(\varepsilon_j) \cdot \left\{ \prod_{k \neq j} \int_{\varepsilon_k = -\infty}^{V_j - V_k + \varepsilon_j} g(\varepsilon_k) d\varepsilon_k \right\} d\varepsilon_j$$

Που μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητή για την περίπτωση ενός δυαδικού προβλήματος επιλογής :



Διαδικό  
μοντέλο

$$P_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\varepsilon_1) \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{V_1 - V_2 + \varepsilon_1} g(\varepsilon_2) d\varepsilon_2 \right\} d\varepsilon_1$$

Πολυωνυμικό  
μοντέλο

$$P_j = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\varepsilon_j) \cdot \left\{ \prod_{i \neq j} \int_{-\infty}^{V_j - V_i + \varepsilon_j} g(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \right\} d\varepsilon_j$$

Επισημαίνεται ότι

ο περιορισμός για

Ανεξαρτησία και ταυτοσημία των κατανομών των σφαλμάτων σημαίνει ότι και οι εναλλακτικές επιλογές που έχει ο μετακινούμενος πρέπει να είναι ανεξάρτητες.

- ➡ Επιλογές συνδυασμού μέσων, όπως, αυτοκίνητο – τραίνο συνήθως δεν υπακούουν σε αυτόν τον περιορισμό, δηλ. τα εναλλακτικά μέσα αυτοκίνητο και αυτοκίνητο-τρένο συσχετίζονται.



Ανάλογα με τις παραδοχές που κάνουμε για την μορφή της κατανομής του σφάλματος έχουμε δύο κατηγορίες μοντέλων

Κατανομή σφάλματος	Gumbel	Normal
μοντέλο	<b>Logit</b>	<b>Probit</b>

Τα μοντέλα *Logit* χρησιμοποιούνται ευρέως στις μεταφορές, είναι τα πιο διαδεδομένα μοντέλα δεδομένου ότι περιγράφονται από μια αναλυτική σχέση και επιλύονται εύκολα. Το όνομα *logit* προέρχεται από το *Logistic Probability Unit*.

Τα μοντέλα *Probit*, παρόλο ότι δεν υπόκεινται σε πολλούς από τους περιορισμούς των μοντέλων *logit*, δεν περιγράφονται από μια αναλυτική σχέση, είναι πολύ δυσκολότερο να επιλυθούν, ιδίως όταν ο αριθμός των εναλλακτικών επιλογών είναι μεγάλος

## Το πολυωνυμικό μοντέλο Logit

Το απλούστερο μοντέλο διακριτής επιλογής που χρησιμοποιείται ευρέως είναι το πολυωνυμικό μοντέλο *logit*. Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε με βάση την παραδοχή ότι τα τυχαία σφάλματα ακολουθούν ίδιες και ανεξάρτητες κατανομές τύπου Gumbel. Η μορφή του πολυωνυμικού *Logit* είναι:

$$P_{iq} = \frac{\exp(\beta \cdot V_{iq})}{\sum_{A_j \in A(q)} \exp(\beta \cdot V_{jq})}$$

Όπου  $\beta$  σχετίζεται με την τυπική απόκλιση,  $\sigma$ , της κατανομής Gumbel ως εξής:

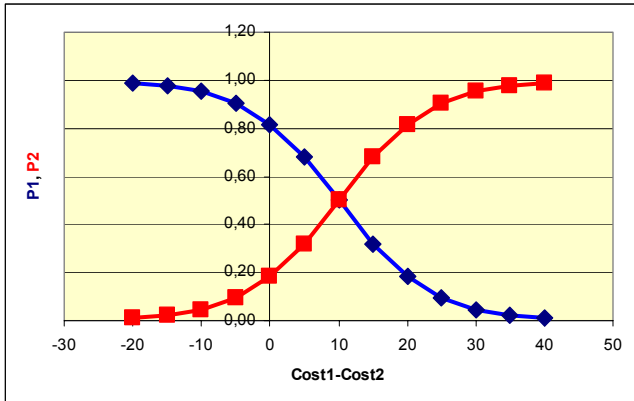
$$\beta^2 = \pi^2 / 6 \cdot \sigma^2$$

Στην πράξη η  $\beta$  θεωρείται σαν ίση προς την μονάδα, αφού δεν μπορεί να υπολογισθεί ξεχωριστά από τις παραμέτρους  $\theta$  της συστηματικής συνάρτησης ωφέλειας.

## Παράδειγμα εφαρμογής του Διαδικού Μοντέλου Logit

- $V_1 = 1.5 - 0.15\text{Κόστος}_1$
- $V_2 = -0.15\text{Κόστος}_2$  →  $V_1 - V_2 = 1.5 - 0.15(\text{Κόστος}_1 - \text{Κόστος}_2)$

Κόστος <sub>1</sub> -Κόστος <sub>2</sub>	P1	P2
-20	0.99	0.01
-15	0.98	0.02
-10	0.95	0.05
-5	0.90	0.10
0	0.82	0.18
5	0.68	0.32
10	0.50	0.50
15	0.32	0.68
20	0.18	0.82
25	0.10	0.90
30	0.05	0.95
35	0.02	0.98
40	0.01	0.99



## διαδικασία ανάπτυξης των μοντέλων Logit

- Για να αποφασίσουμε ποια χαρακτηριστικά  $x_k$  θα περιλαμβάνονται στην συνάρτηση ωφέλειας εφαρμόζουμε μια σταδιακή διαδικασία παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στον προσδιορισμό των μοντέλων παλινδρόμησης.
- Για κάθε χαρακτηριστικό γίνεται μια αξιολόγηση για να εκτιμήσουμε εάν βελτιώνει την ικανότητα του μοντέλου να επεξηγήσει την συμπεριφορά, δηλ. τις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι
- Οι μεταβλητές που περιλαμβάνονται στην συνάρτηση μπορεί να είναι
  - **γενικές (generic)** δηλ. να εμφανίζονται στην συνάρτηση ωφέλειας της κάθε εναλλακτικής επιλογής, και οι συντελεστές τους είναι οι ίδιοι, δηλ. ίσοι σε κάθε συνάρτηση της ωφέλειας, ή να είναι
  - **ειδικές (specific)** για την κάθε επιλογή, δηλ. να εμφανίζονται στην συνάρτηση ωφέλειας της συγκεκριμένης εναλλακτικής επιλογής μόνο.

Παράδειγμα γενικών μεταβλητών/χαρακτηριστικών

$$V_1 = \theta_1 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right) + \theta_2 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικό κόστος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right)$$

$$V_2 = \theta_1 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right) + \theta_2 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικό κόστος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right)$$

- Ο χρόνος διαδρομής προκαλεί την ίδια επιβάρυνση/ενόχληση στον μετακινούμενο, είτε αφορά τον χρόνο με το μέσο 1 είτε με το μέσο 2, δηλ. ίσοι χρόνοι διαδρομής προκαλούν την ίδια επιβάρυνση ανεξαρτήτως μέσου
- Το μέγεθος της ενόχλησης (= - ωφέλεια) εξαρτάται από την ποσότητα του χρόνου που απαιτείται για την μετακίνηση
- Οι συντελεστές είναι οι ίδιοι και για τα δύο μέσα,  $\theta_1$  για τον χρόνο διαδρομής και  $\theta_2$  για το κόστος
- Δεδομένου ότι ο χρόνος και το κόστος διαδρομής προκαλούν επιβάρυνση στον μετακινούμενο, οι συντελεστές τους έχουν αρνητική τιμή και οι τιμές των ωφελειών  $V_1$  και  $V_2$  είναι αρνητικές
- Για παράδειγμα 20 λεπτά με λεωφορείο προκαλούν την ίδια επιβάρυνση με 20 λεπτά με ΙΧ. Η επιβάρυνση αυτή είναι ίση με  $-\theta_1 \times 20$ , και αντίστοιχα για το κόστος διαδρομής.

Παράδειγμα ειδικών μεταβλητών/χαρακτηριστικών

$$V_1 = \theta_1 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right) + \theta_2 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικό κόστος} \\ \text{με το μέσο 1} \end{array} \right)$$

$$V_2 = \theta_3 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικός χρόνος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right) + \theta_4 \cdot \left( \begin{array}{c} \text{Συνολικό κόστος} \\ \text{με το μέσο 2} \end{array} \right)$$

- Ο χρόνος διαδρομής προκαλεί διαφορετική επιβάρυνση/ενόχληση στον μετακινούμενο, ανάλογα με το μέσο με το οποίο γίνεται η διαδρομή
- Το μέγεθος της ενόχλησης (= - ωφέλεια) εξαρτάται τόσο από την ποσότητα του χρόνου που απαιτείται για την μετακίνηση, όσο και από το μέσο
- Οι συντελεστές είναι οι διαφορετικοί και για τα δύο μέσα.  $\theta_1, \theta_3$  για τον χρόνο διαδρομής και  $\theta_2, \theta_4$  για το κόστος
- Δεδομένου ότι ο χρόνος και το κόστος διαδρομής προκαλούν επιβάρυνση στον μετακινούμενο, οι συντελεστές τους έχουν αρνητική τιμή και οι τιμές των ωφελειών  $V_1$  και  $V_2$  είναι αρνητικές
- Για παράδειγμα 20 λεπτά με λεωφορείο προκαλούν διαφορετική επιβάρυνση από ότι 20 λεπτά με ΙΧ,  $\theta_1 \times 20 \neq \theta_2 \times 20$ , και αντίστοιχα για το κόστος διαδρομής.

Τυποποίηση των συναρτήσεων ωφέλειας

Ας θεωρήσουμε το δυαδικό μοντέλο με γενικές μεταβλητές:

$$P_1 = \frac{\exp(V_1)}{\exp(V_1) + \exp(V_2)}$$

$$V_1 = \theta_1 \cdot x_{11} + \theta_2 \cdot x_{12} + \theta_3$$

$$V_2 = \theta_1 \cdot x_{21} + \theta_2 \cdot x_{22} + \theta_4$$

$x_{jk}$  : η τιμή του χαρακτηριστικού  $k$  που έχει η εναλλακτική επιλογή  $j$

$$P_1 = \frac{\exp(V_1)}{\exp(V_1) + \exp(V_2)} = \frac{1}{1 + \exp(V_2 - V_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{P_1} = 1 + \exp(V_2 - V_1) \Rightarrow \frac{1 - P_1}{P_1} = \exp(V_2 - V_1)$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{1 - P_1}{P_1}\right) = (V_2 - V_1)$$

Τυποποίηση των συναρτήσεων ωφέλειας

$$\left. \begin{aligned} \log\left(\frac{1 - P_1}{P_1}\right) &= (V_2 - V_1) \\ V_1 &= \theta_1 \cdot x_{11} + \theta_2 \cdot x_{12} + \theta_3 \\ V_2 &= \theta_1 \cdot x_{21} + \theta_2 \cdot x_{22} + \theta_4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\log\left(\frac{1 - P_1}{P_1}\right) = \theta_1 \cdot (x_{21} - x_{11}) + \theta_2 \cdot (x_{22} - x_{12}) + (\theta_4 - \theta_3)$$

$$y = \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \beta_0$$

Τυποποίηση των συναρτήσεων ωφέλειας

$$V_2 - V_1 = \theta_1 \cdot (x_{21} - x_{11}) + \theta_2 \cdot (x_{22} - x_{12}) + (\theta_4 - \theta_3)$$

Τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτήν την τυποποίηση είναι:

- 1) Δεν είναι δυνατόν να υπολογίσουμε τις τιμές των σταθερών  $\theta_4$  και  $\theta_3$ , της συνάρτησης ωφέλειας, αλλά μόνο την διαφορά τους. Επομένως, θεωρούμε την τιμή της σταθεράς για μία (μόνο) από τις συναρτήσεις ωφέλειας ίση με 0, και οι υπόλοιπες σταθερές μπορούν να εκτιμηθούν. Σημειώνεται ότι η σταθερά της συνάρτησης ωφέλειας αναπαριστά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του μέσου που δεν μπορούν να ποσοτικοποιηθούν

Τυποποίηση των συναρτήσεων ωφέλειας

$$V_2 - V_1 = \theta_1 \cdot (x_{21} - x_{11}) + \theta_2 \cdot (x_{22} - x_{12}) + (\theta_4 - \theta_3)$$

- 2) Εάν  $x_{1k}$  και  $x_{2k}$  έχουν την ίδια τιμή και για τις δύο επιλογές (όπως για παράδειγμα στην περίπτωση μεταβλητών που αναπαριστούν τα χαρακτηριστικά του μετακινούμενου, ή στην περίπτωση του κόμιστρου με μέσα μαζικής μεταφοράς σε μια μη ελεύθερη αγορά), ένας γενικός συντελεστής δεν μπορεί να εκτιμηθεί δεδομένου ότι πολλαπλασιάζεται με την διαφορά που έχει τιμή 0. Σε αυτή την περίπτωση τα χαρακτηριστικά μπορούν :
  - Να εισαχθούν σαν ειδικές μεταβλητές (με διαφορετικούς συντελεστές για κάθε εναλλακτική επιλογή) ή
  - να χρησιμοποιηθούν σαν επεξηγηματικές μεταβλητές σε μερικές (άλλα όχι όλες) τις συναρτήσεις ωφέλειας.

Παράδειγμα Δυαδικού μοντέλου Logit

Ορισμός προβλήματος : Επιλογή μεταφορικού μέσου

Εναλλακτικές επιλογές : Δύο μέσα: IX and MMM (μέσο μαζικής μεταφοράς)

Κανόνας επιλογής : Μεγιστοποίηση της Ωφέλειας

$$P(IX) = P(U_{IX} \geq U_{MMM}) = P(V_{IX} + \epsilon_{IX} \geq V_{MMM} + \epsilon_{MMM})$$

$$P(IX) = \frac{e^{V_{IX}}}{e^{V_{IX}} + e^{V_{MMM}}}$$

$$P(MMM) = \frac{e^{V_{MMM}}}{e^{V_{IX}} + e^{V_{MMM}}}$$

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 TT_{IX} + \beta_2 \text{Ηλικία} + \beta_3 \text{Εισόδημα}$$

$$V_{MMM} = \beta_1 TT_{MMM}$$

όπου

$$\text{Ηλικία} = \begin{cases} 1 & \text{Εάν ηλικία} > 40, \\ 0 & \text{στις υπόλοιπες περιπτώσεις} \end{cases}$$

$$\text{Εισόδημα} = \begin{cases} 1 & \text{Εάν εισόδημα} > 25.000 \\ 0 & \text{στις υπολοιπ. περιπτώσεις} \end{cases}$$

Η ηλικία και το εισόδημα είναι χαρακτηριστικά του μετακινούμενου που είναι σταθερά ανεξαρτήτως

Οι συντελεστές των συναρτήσεων ωφέλειας δίδονται στον πίνακα

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
<b>IX</b>	2.0	-0.5	0.3	0.25
<b>MMM</b>		-0.8		

	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
<b>IX</b>	2.0	-0.5	0.3	0.25
<b>MMM</b>		-0.8		

- Θετική τιμή της σταθεράς  $\beta_0$  της συνάρτησης ωφέλειας του IX σημαίνει ότι υπάρχει μια συστηματική προτίμηση προς αυτό το μέσο που πιθανόν οφείλεται σε κάποια χαρακτηριστικά του που δεν συμπεριλαμβάνονται στην συνάρτηση ωφέλειας (συνήθως αφορά μη μετρήσιμα/ποσοτικοποιησιμα χαρακτηριστικά)
- Ο συντελεστής του χρόνου διαδρομής  $\beta_1$  έχει μικρότερη απόλυτη τιμή για το IX από ότι για το MMM. 16 λεπτά στο IX προκαλούν την ίδια επιβάρυνση με 10 λεπτά στο MMM. ( $16 \times (-0,5) = 10 \times (-0,8) = -8$  μονάδες ωφέλειας)
- Το ότι η τιμή  $\beta_2$  είναι θετική και αφορά τις ηλικίες  $>40$  και τους χρήστες του IX, σημαίνει ότι οι μετακινούμενοι με ηλικία  $> 40$  έχουν μεγαλύτερη αντιληπτή ωφέλεια (ή έχουν την πιστεύουν ότι έχουν μεγαλύτερη ωφέλεια) κατά  $\beta_2=0,3$  μονάδες ωφέλειας όταν χρησιμοποιούν το IX. Αντίστοιχα και για τους μετακινούμενους με εισόδημα  $> 25K$ .

	Χρόνος Διαδρομής με IX	Χρόνος Διαδρομής με MMM	Ηλικία	Εισόδημα
Μετακινούμενος 1	15.4	58.2	25	20K
Μετακινούμενος 2	30.0	17.0	45	35K

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 15.4 + \beta_2 0 + \beta_3 0$$

$$V_{MMM} = \beta_1 58.2$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 30.0 + \beta_2 1 + \beta_3 1$$

$$V_{MMM} = \beta_1 17.0$$

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 15.4 + \beta_2 0 + \beta_3 0$$

$$V_{MMM} = \beta_1 58.2$$

Μετακινούμενος 1:

$$V_{IX} = 2.0 - 0.5 \cdot 15.4 + 0.3 \cdot 0 + 0.25 \cdot 0 = -5.7$$

$$V_{MMM} = -0.8 \cdot 58.2 = -46.56$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 30.0 + \beta_2 1 + \beta_3 1$$

$$V_{MMM} = \beta_1 17.0$$

Μετακινούμενος 2:

$$V_{IX} = -0.5 \cdot 30.0 + 0.3 \cdot 1 + 0.25 \cdot 1 = -14.45$$

$$V_{MMM} = -0.8 \cdot 17.0 = -13.60$$

**Μετακινούμενος 1:**

$$V_{IX} = 2.0 - 0.5 \cdot 15.4 + 0.3 \cdot 0 + 0.25 \cdot 0 = -5.7$$

$$V_{MMM} = -0.8 \cdot 58.2 = -46.56$$

$$\Pr(IX) = \frac{e^{-5.7}}{e^{-5.7} + e^{-46.56}} \sim 1.0$$

Επομένως σχεδόν όλοι οι μετακινούμενοι που έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και τις ίδιες εναλλακτικές επιλογές με το μετακινούμενο 1, θα χρησιμοποιήσουν IX

**Μετακινούμενος 2:**

$$V_{IX} = -0.5 \cdot 30.0 + 0.3 \cdot 1 + 0.25 \cdot 1 = -14.45$$

$$V_{MMM} = -0.8 \cdot 17.0 = -13.60$$

$$\Pr(IX) = \frac{e^{-14.45}}{e^{-14.45} + e^{-13.6}} = 0.3$$

Επομένως από όλους τους μετακινούμενους που έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά και τις ίδιες εναλλακτικές επιλογές με το μετακινούμενο 2, το 30% θα χρησιμοποιήσει IX και το υπόλοιπο το MMM



Προσαρμογή σταθερών στις συναρτήσεις ωφέλειας μοντέλων logit

Εάν οι συντελεστές ενός μοντέλου Logit έχουν εκτιμηθεί χρησιμοποιώντας

- α) στοιχεία από ένα τμήμα της περιοχής μελέτης, ή
- β) από ένα δείγμα με στατιστική απόκλιση (biased sample) από τον πληθυσμό,

έχει αποδειχθεί ότι:

- εάν οι ίδιες εναλλακτικές επιλογές είναι διαθέσιμες σε όλους τους μετακινούμενους, και
- εάν για το μοντέλο έχουν εκτιμηθεί οι (στατιστικά σημαντικές) σταθερές των συναρτήσεων ωφέλειας,

Τότε διορθώνοντας τις σταθερές των συναρτήσεων ωφέλειας με εφαρμογή της σχέσης:

$$K_i^* = K_i - \log(q_i / Q_i)$$

έχουμε ένα μοντέλο που δεν παρουσιάζει συστηματική στατιστική απόκλιση (unbiased model) από τον πληθυσμό.

$K_i$  η σταθερά της συνάρτησης ωφέλειας της επιλογής  $i$  από το δείγμα

$q_i$  το μερίδιο αγοράς της επιλογής  $i$  όπως υπολογίζεται στο δείγμα

$Q_i$  το πραγματικό μερίδιο αγοράς της επιλογής  $i$  στον πληθυσμό

$K_i^*$  η διορθωμένη σταθερά της συνάρτησης ωφέλειας της επιλογής  $i$ .

Οριακή Τιμή Υποκατάστασης

Ο λόγος δύο συντελεστών μιας συνάρτησης ωφέλειας παρέχει πληροφορία για το πώς οι μετακινούμενοι μπορούν

να **«ανταλλάξουν»** την ωφέλεια που έχουν από ένα χαρακτηριστικό με την ωφέλεια από ένα άλλο χαρακτηριστικό,

δηλ. πως μπορούν να υποκαταστήσουν ένα χαρακτηριστικό με ένα άλλο. Ο λόγος αυτός είναι γνωστός σαν **οριακή τιμή υποκατάστασης**.

### Οριακή Τιμή Υποκατάστασης

- Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να απαντήσουμε στην ερώτηση:
  - Εάν αυξηθεί ο χρόνος διαδρομής με το μέσο  $m$  κατά  $z$  μονάδες χρόνου, πόσο θα πρέπει να ελαττωθεί το κόστος αυτού του μέσου, έτσι ώστε ο μετακινούμενος να διατηρήσει το ίδιο επίπεδο Ωφέλειας? ή
  - Εάν αυξηθεί ο χρόνος διαδρομής με  $IX$  σχετικά με τον χρόνο διαδρομής με λεωφορείο, πόσο θα πρέπει να ελαττωθεί το κόστος με το  $IX$  σχετικά με το λεωφορείο για να διατηρήσουμε τα ποσοστά (την πιθανότητα) χρήσης του κάθε μέσου σταθερή?

$$dV_{IX} = 0 = \beta_1 d \text{Κόστος}_{IX} + \beta_2 d \text{Χρόνος}_{IX}$$

$$\Rightarrow -\beta_1 d \text{Κόστος}_{IX} = \beta_2 d \text{Χρόνος}_{IX}$$

$$\Rightarrow \frac{-d \text{Κόστος}_{IX}}{d \text{Χρόνος}_{IX}} \Big|_{V_{IX}=\text{σταθερό}} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

Επομένως η μεταβολή του κόστους που απαιτείται για να παραμείνει σταθερή η ωφέλεια όταν ο χρόνος μεταβάλλεται κατά μια μονάδα ισούται με τον λόγο του συντελεστή του χρόνου προς τον συντελεστή του κόστους.

### η Αξία του Χρόνου

- Εάν ο χρόνος διαδρομής με ένα μέσο ελαττωθεί, τότε από την παραπάνω σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε, το ποσό του κόστους από το οποίο θα πρέπει να παραιτηθεί ο μετακινούμενος δηλ. την αύξηση του κόστους που θα αποδεχθεί, για να διατηρήσει την ωφέλεια του σταθερή δεδομένης της μείωσης του χρόνου μετακίνησης – δηλ. δείχνει πόσο πολύτιμος είναι ο χρόνος στον μετακινούμενος (σε χρήματα).
- Η οριακή τιμή υποκατάστασης του χρόνου είναι δηλ. η αξία του χρόνου όπως την αντιλαμβάνονται οι μετακινούμενοι.
- Η αξία του χρόνου ισούται με τον λόγο της οριακής ωφέλειας ως προς τον χρόνο διαδρομής, προς την οριακή ωφέλεια ως προς το κόστος διαδρομής.

$$V_{IX} = \beta_0 + \beta_1 \text{Κόστος}_{IX} + \beta_2 \text{Χρόνος}_{IX} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{αξία του χρόνου} = \frac{\beta_2}{\beta_1}$$

η Αξία του Χρόνου

- Αλλά μετακινούμενοι με διαφορετικό εισόδημα μπορεί να έχουν διαφορετική αξία χρόνου.
- Εάν το εισόδημα του μετακινούμενου είναι γνωστό η συνάρτηση ωφέλειας μπορεί να περιλαμβάνει ως ανεξάρτητη μεταβλητή τον λόγο του κόστους μετακίνησης προς το εισόδημα, δηλ την χρηματική επιβάρυνση που έχει σε σχέση με το εισόδημα του:

$$V = \beta_0 + \beta_1 \frac{\text{Κόστος}}{\text{εισόδημα}} + \beta_2 \text{Χρόνος}$$

Οπότε η οριακή τιμή υποκατάστασης του χρόνου υπολογίζεται από την σχέση που διατηρεί σταθερή των ωφέλεια:

$$dV = 0 = \beta_1 \frac{d \text{Κόστος}}{\text{εισόδημα}} + \beta_2 d\text{Χρόνος} \Rightarrow \beta_1 \frac{d\text{Κόστος}}{\text{εισόδημα}} = -\beta_2 d\text{Χρόνος}$$

η αξία του χρόνου είναι ίση με το κόστος που είναι ισοδύναμο με μια μονάδα χρόνου

Εάν ο χρόνος μειωθεί κατά 1 μονάδα δηλ.

$$d\text{Χρόνος} = -1 \text{ το κόστος θα πρέπει να αυξηθεί} \Rightarrow \text{αξία χρόνου} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \text{εισόδημα}$$

κατά ποσότητα ίση με την αξία του χρόνου

Παράδειγμα υπολογισμού οριακών τιμών υποκατάστασης

Η ωφέλεια του μέσου  $m$  δίνεται από την σχέση:

$$U_m = \theta_m + \theta_1 t_m + \theta_2 x_m/d + \theta_3 c_m/y$$

- $U_m$  = η ωφέλεια του μέσου  $m$  (IX or λεωφορείο(Λ))
- $t_m$  = ο χρόνος εντός του οχήματος (λεπτά)
- $x_m$  = ο χρόνος εκτός οχήματος (λεπτά)
- $d$  = το μήκος μετακίνησης (χλμ)
- $c_m$  = το κόστος μετακίνησης (cents)
- $Y$  = το ετήσιο εισόδημα (EURO)

$$\square \theta_\lambda = -.19, \theta_x = 0, \theta_1 = -.03, \theta_2 = -.34, \theta_3 = -50$$

- Η ωφέλεια του μέσου IX δίνεται από την σχέση:

$$U_m = \theta_m + \theta_1 t_m + \theta_2 x_m/d + \theta_3 c_m/y$$

- $\theta_\lambda = -0,19$ ,  $\theta_{\lambda x} = 0,0$   $\theta_1 = -0,03$ ,  $\theta_2 = -0,34$ ,  $\theta_3 = -50$

- Ας υποθέσουμε ότι  $y = 15.000$  και  $d = 7,5$  χλμ

- Αξία του χρόνου εντός του οχήματος είναι:

$$\theta_1 / (\theta_3/y) = \theta_1 y / \theta_3$$

$$= (-0,03) * 15.000 / (-50) = 9 \text{ cents ανά λεπτό ή } 5.40 \text{ EURO την ώρα}$$

- Αξία του χρόνου εκτός του οχήματος:

$$\theta_2/d / (\theta_3/y) = (\theta_2 y) / (d \theta_3)$$

$$= 13.6 \text{ cents ανά λεπτό ή } 8.16 \text{ EURO ανά ώρα.}$$

- Η αξία της σταθεράς  $\theta_m$  του μέσου δηλ. η ωφέλεια που έχει ο μετακινούμενος από το γεγονός ότι χρησιμοποίησε το συγκεκριμένο μέσο (δηλ. η ωφέλεια που αντιπροσωπεύει τα μη μετρήσιμα χαρακτηριστικά του μέσου) είναι:

$$\theta_m / (\theta_3/y) = \theta_m y / \theta_3$$

- Όπως έχουμε ήδη αναφέρει η σταθερά εκφράζει την διαφορά της ωφέλειας (από τα μη μετρήσιμα χαρακτηριστικά) του συγκεκριμένου μέσου από την αντίστοιχη ωφέλεια του ανταγωνιστικού μέσου. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα η σταθερά  $\theta_\lambda$  για το λεωφορείο, που έχει αρνητικό πρόσημο ουσιαστικά αναπαριστά την επιπλέον επιβάρυνση (αρνητική ωφέλεια) που συνεπάγεται η χρήση του λεωφορείου, και υπολογίζεται σε

$$(-0,19) * y / (-50)$$

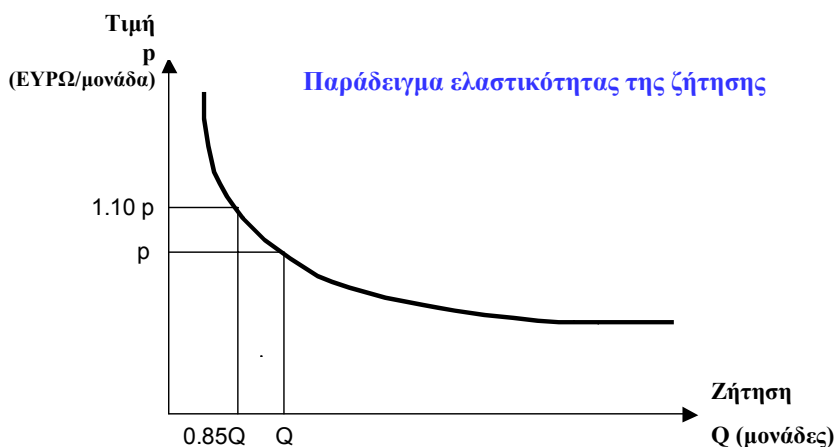
για εισόδημα  $y=15.000$ , η επιβάρυνση από την χρήση του λεωφορείου είναι 57 cents που είναι ισοδύναμο με  $57/9 = 6,3$  λεπτά χρόνου εντός του οχήματος

- Με βάση την αρχή της οριακής τιμής υποκατάστασης μπορεί να υπολογισθεί η αξία (σε χρήμα ή χρόνο) όλων των χαρακτηριστικών κάθε εναλλακτικής επιλογής, π.χ. να υπολογισθεί η επιβάρυνση που θεωρεί ο μετακινούμενος ότι έχει όταν κάνει μια μετεπιβίβαση από όχημα σε όχημα, εφόσον το χαρακτηριστικό αυτό περιλαμβάνεται στην συνάρτηση της ωφέλειας.

## ελαστικότητα της ζήτησης

- Προσδιορίζει τις επιπτώσεις μιας μεταβολής του χρόνου, του κόστους κλπ στην ζήτηση
- Είναι ο λόγος της σχετικής μεταβολής της ζήτησης ως προς την σχετική μεταβολή της τιμής του ενός χαρακτηριστικού (π.χ. κόστος, χρόνος κλπ)

$$\text{Ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή (κόστος)} = E_{Q/p} = \frac{\% \text{ μεταβολή Ζήτησης}}{\% \text{ μεταβολή τιμής}} = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta p/p}$$



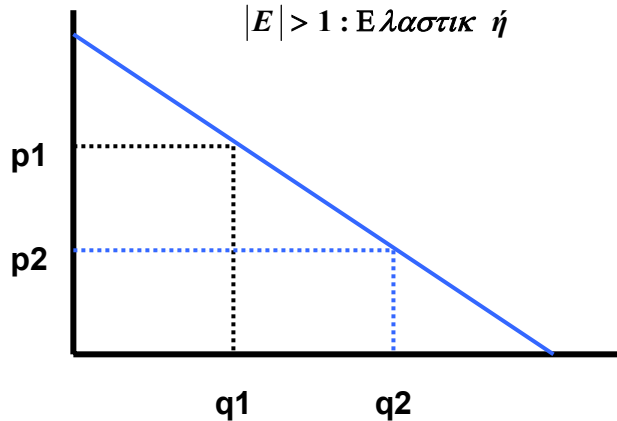
Εάν  $E_{Q/p} = -1.5 \rightarrow$  μια αύξηση της τιμής κατά 10% μειώνει την ζήτηση κατά 15%

Ελαστικότητα και χαρακτηρισμός της ζήτησης

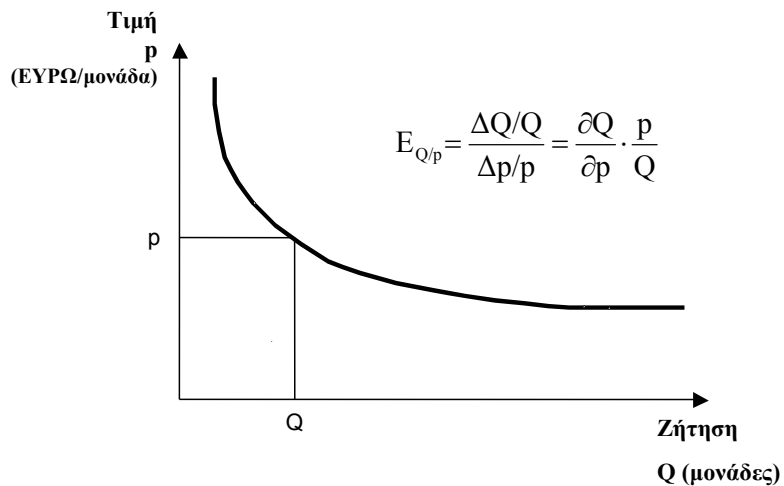
$|E| = 1$  : μοναδιαία ελαστικότητα

$|E| < 1$  : Ανελαστική ή

$|E| > 1$  : Ελαστική ή



Προσδιορισμός ελαστικότητας από ένα μοντέλο ζήτησης



### Άμεση και διασταυρωτική ελαστικότητα

- **Άμεση ελαστικότητα:** εκφράζει την μεταβολή της ζήτησης  $Q_i$  ενός προϊόντος/υπηρεσίας  $i$  που οφείλεται σε μεταβολή των χαρακτηριστικών  $p_i$  αυτού του προϊόντος/υπηρεσίας.

$$\varepsilon_{p_i}^{x_i} = \frac{p_i}{Q_i} \frac{\Delta Q_i}{\Delta p_i}$$

- **Διασταυρωτική ελαστικότητα:** εκφράζει την μεταβολή της ζήτησης  $Q_i$  ενός προϊόντος/υπηρεσίας που οφείλεται στην μεταβολή των χαρακτηριστικών  $p_j$  ενός ανταγωνιστικού προϊόντος/υπηρεσίας  $j$ :

$$\varepsilon_{p_j}^{x_i} = \frac{\Delta Q_i / Q_i}{\Delta p_j / p_j} = \frac{p_j}{Q_i} \frac{\Delta Q_i}{\Delta p_j}$$

### Μοντέλα Logit και ελαστικότητα της ζήτησης

- Η ελαστικότητα της ζήτησης για μια εναλλακτική επιλογή που έχουν οι μετακινούμενοι, είναι ίση με την μεταβολή της πιθανότητας να επιλέξουν οι μετακινούμενοι την συγκεκριμένη επιλογή, δεδομένης μιας μεταβολής του συγκεκριμένου χαρακτηριστικού της επιλογής. Π.χ. η ελαστικότητα της ζήτησης για ένα μεταφορικό μέσο ως προς το κόστος χρήσης αυτού του μέσου, ισούται με την μεταβολή της πιθανότητας χρήσης του μέσου δεδομένης της μεταβολής του κόστους χρήσης.
- Επομένως η ελαστικότητα υπολογίζεται από την μερική παράγωγο της πιθανότητας (που υπολογίζει το μοντέλο Logit), ως προς το χαρακτηριστικό που μελετάμε.

Υπολογισμός της Ελαστικότητας της Ζήτησης

Η άμεση ελαστικότητα της ζήτησης εκφράζει την ποσοστιαία μεταβολή της ζήτησης μιας συγκεκριμένης επιλογής,  $i$ , ως προς την οριακή μεταβολή ενός χαρακτηριστικού,  $k$ , της συγκεκριμένης επιλογής,  $i$ :

$$E_{i, X_{ik}} = \frac{\partial P_i}{\partial X_{ik}} = \theta_{ik} \cdot X_{ik} \cdot (1 - P_i)$$

Η διασταυρωτική ελαστικότητα της ζήτησης εκφράζει την ποσοστιαία μεταβολή της ζήτησης μιας συγκεκριμένης επιλογής,  $i$ , ως προς την οριακή μεταβολή ενός χαρακτηριστικού,  $k$ , της επιλογής,  $j$ :

$$E_{i, X_{jk}} = \frac{\partial P_i}{\partial X_{jk}} = -\theta_{jk} \cdot X_{jk} \cdot P_j$$

Η ανεξαρτησία των μη σχετικών επιλογών (Independence of Irrelevant Alternatives) και το πολυωνυμικό μοντέλο Logit

Μια χαρακτηριστική ιδιότητα του logit είναι η ανεξαρτησία των μη σχετικών επιλογών :

$$\left. \begin{aligned} P_i &= \frac{\exp(\beta \cdot V_i)}{\sum_k \exp(\beta \cdot V_k)} \\ P_j &= \frac{\exp(\beta \cdot V_j)}{\sum_k \exp(\beta \cdot V_k)} \end{aligned} \right\} \frac{P_i}{P_j} = \frac{\exp(\beta \cdot V_i)}{\exp(\beta \cdot V_j)}$$

Όταν δύο οποιαδήποτε επιλογές έχουν μη μηδενική πιθανότητα, τότε ο λόγος της μιας πιθανότητας προς την άλλη δεν επηρεάζεται από την παρουσία ή απουσία άλλων εναλλακτικών επιλογών, στο σύνολο των επιλογών που έχει ο μετακινούμενος



### Η ανεξαρτησία των μη σχετικών επιλογών (Independence of Irrelevant Alternatives) και το πολυωνυμικό μοντέλο Logit

#### Το πρόβλημα των κόκκινων και μπλε λεωφορείων :

Σε μια πόλη, το 50% των μετακινούμενων χρησιμοποιεί ΙΧ και το υπόλοιπο 50% λεωφορείο.

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{ΙΧ}} &= \frac{\exp(\beta \cdot V_{\text{ΙΧ}})}{\exp(\beta \cdot V_{\text{ΙΧ}}) + \exp(\beta \cdot V_{\Lambda})} = 50\% \\ P_{\Lambda} &= \frac{\exp(\beta \cdot V_{\Lambda})}{\exp(\beta \cdot V_{\text{ΙΧ}}) + \exp(\beta \cdot V_{\Lambda})} = 50\% \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_{\Lambda} = V_{\text{ΙΧ}}$$

Έστω ότι ο διευθυντής της εταιρείας αστικών συγκοινωνιών αποφασίζει να βάλει τα μισά λεωφορεία μπλε και τα μισά κόκκινα, αλλά κατορθώνει να διατηρήσει το ίδιο επίπεδο εξυπηρέτησης όπως πριν.

#### Το πρόβλημα των κόκκινων και μπλε λεωφορείων :

□ Επομένως

$$\Rightarrow V_{\Lambda-\text{μπλε}} = V_{\Lambda-\text{κόκκινο}}$$

Και η ωφέλεια του ΙΧ παραμένει σταθερή  $V_{\text{ΙΧ}}$

$$\Rightarrow V_{\text{ΙΧ}} = V_{\Lambda-\text{μπλε}} = V_{\Lambda-\text{κόκκινο}}$$

$$P_{\text{ΙΧ}} = \frac{\exp(\beta \cdot V_{\text{ΙΧ}})}{\exp(\beta \cdot V_{\text{ΙΧ}}) + \exp(\beta \cdot V_{\Lambda-\text{μπλε}}) + \exp(\beta \cdot V_{\Lambda-\text{κόκκινο}})} = 0,33$$

Είναι ένα υπερβολικό παράδειγμα που δείχνει όμως τα προβλήματα που μπορούν να προκύψουν όταν συσχετίζονται οι εναλλακτικές επιλογές που αναλύουμε.

Το ιεραρχικό μοντέλο Logit - Hierarchical (or nested) logit

- ❑ Όταν οι εναλλακτικές επιλογές που εξετάζει ο μετακινούμενος δεν είναι ανεξάρτητες (π.χ. υπάρχουν ομάδες που περιέχουν επιλογές που μεταξύ τους είναι ποιο όμοιες από ότι με άλλες, όπως τα δημόσια μέσα μεταφοράς σε σχέση με το ΙΧ), τότε εφαρμογή του πολυωνυμικού μοντέλου Logit θα οδηγήσει σε μη αξιόπιστες εκτιμήσεις των συντελεστών των συναρτήσεων ωφέλειας.
- ❑ Έχει αποδειχθεί ότι το πρόβλημα αυτό, μπορεί να παρακαμφθεί με την εφαρμογή του ιεραρχικού μοντέλου logit.
- ❑ Το ιεραρχικό μοντέλο logit θεωρεί ότι κάθε μετακινούμενος αξιολογεί τις εναλλακτικές επιλογές που έχει με βάση την ωφέλεια που συνδέεται με κάθε επιλογή. Επιπλέον θεωρεί ότι ο μετακινούμενος χωρίζει την μετακίνηση του σε διάφορα στάδια και στην συνέχεια ακολουθεί μια διαδοχική διαδικασία λήψης αποφάσεων, όπως φαίνεται και στα επόμενα διαγράμματα. Έτσι οι διαφορετικές εναλλακτικές επιλογές που συσχετίζονται, ομαδοποιούνται και αναπαρίστανται με μια σύνθετη μεταβλητή που συνδέεται με μια σύνθετη συνάρτηση ωφέλειας.

Εκτίμηση των συντελεστών των συναρτήσεων ωφέλειας

- ❑ Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων που χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα προσδιορισμού των συντελεστών μοντέλων παλινδρόμησης δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην περίπτωση εκτίμησης των συντελεστών μοντέλων τύπου logit.
- ❑ Στα εξατομικευμένα μοντέλα επιλογών τύπου logit, οι συντελεστές προσδιορίζονται από στοιχεία ερευνών που αφορούν επιλογές που κάνει κάθε ένας μετακινούμενος ξεχωριστά.
- ❑ Δεν παρατηρούμε πιθανότητες επιλογής, αλλά μόνο εάν μια επιλογή έχει γίνει ή όχι, π.χ. αν έχει επιλεγεί το αυτοκίνητο ή το λεωφορείο, δηλαδή η εξηρημένη μεταβλητή παίρνει την τιμή 1 ή 0, αν έχει γίνει μια συγκεκριμένη επιλογή ή όχι.
- ❑ Η μέθοδος που χρησιμοποιείται ευρέως είναι η **μέθοδος της μεγιστοποίησης της πιθανότητας (Maximum Likelihood)**

- Η μέθοδος της μέγιστης πιθανότητας εκτιμάει τις τιμές των παραμέτρων που κάνουν πιο πιθανόν, δηλ. μεγιστοποιούν την πιθανότητα το μοντέλο να αναπαριστά τις πραγματικές επιλογές όπως έχουν καταγραφεί στην έρευνα.

Ας θεωρήσουμε ένα δείγμα από  $Q$  μετακινούμενους για τους οποίους έχουμε παρατηρήσει τις επιλογές τους (0 ή 1) και τις τιμές των χαρακτηριστικών  $x_{jkq}$  για κάθε επιλογή  $j$  και χαρακτηριστικό  $k$ .

Μετακινούμενος 1 κάνει την επιλογή 2

Μετακινούμενος 2 κάνει την επιλογή 3

Μετακινούμενος 3 κάνει την επιλογή 2

Μετακινούμενος 4 κάνει την επιλογή 1

Επειδή οι πιθανότητες είναι ανεξάρτητες η συνάρτηση πιθανότητας εκφράζεται ως εξής :

$$L(\theta) = P_{21} \cdot P_{32} \cdot P_{23} \cdot P_{14} \dots$$

όπου  $P_{jq}$  είναι η πιθανότητα ο μετακινούμενος  $q$  να κάνει την επιλογή  $j$ .

**Υπενθυμίζουμε ότι η πιθανότητα  $P_{jq}$  είναι συνάρτηση της Ωφέλειας  $V_{jq}$  που είναι συνάρτηση των συντελεστών  $\theta$ .**

Αν θεωρήσουμε την ακόλουθη μεταβλητή

$$g_{jq} = \begin{cases} 1 & \text{εάν το } A_j \text{ έχει επιλεγεί από τον μετακινούμενο } q \\ 0 & \text{στις υπόλοιπες περιπτώσεις} \end{cases}$$

Τότε η γενική μορφή της συνάρτησης της πιθανότητας ορίζεται ως εξής

$$L(\theta) = \prod_q \prod_{A_j} (P_{jq})^{g_{jq}}$$

**Επομένως το πρόβλημα του υπολογισμού των παραμέτρων (συντελεστών)  $\theta$  ανάγεται σε ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης της συνάρτησης  $L(\theta)$ , που μπορεί να επιλυθεί υπολογίζοντας τις μερικές παραγώγους ως προς  $\theta$  και εξισώνοντας τις με 0.**

Η επίλυση απλοποιείται αν λογαριθμίσουμε την συνάρτηση  $L(\theta)$

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_q \sum_{A_j} g_{jq} \log P_{jq}$$

επομένως το πρόβλημα επίλυσης των παραμέτρων  $\theta$  ορίζεται ως εξής:

$$\max_{\theta} [ l(\theta) ] = \max_{\theta} \left[ \sum_q \sum_{A_j} g_{jq} \log P_{jq} \right]$$

Για την επίλυση του προβλήματος δηλ. τον προσδιορισμό των τιμών των συντελεστών  $\theta$  και των σχετικών στατιστικών παραμέτρων για την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων, απαιτείται εξειδικευμένο λογισμικό. Όμως αν θέλουμε να υπολογίσουμε τις τιμές των παραμέτρων μόνο, μπορούν να χρησιμοποιήσουμε οποιαδήποτε λογισμικό που επιλύει προβλήματα βελτιστοποίησης π.χ. το εργαλείο **solver** του **Excel**.

- ❑ Εκτίμηση των συντελεστών  $\theta$  χρησιμοποιώντας **μικρά δείγματα** μπορεί να επιφέρει ένα **συστηματικό σφάλμα** στον υπολογισμό των παραμέτρων  $\theta$ . Το σφάλμα αυτό ελαττώνεται καθώς το μέγεθος του δείγματος αυξάνεται.
- ❑ Συνήθως **500 – 1000 παρατηρήσεις επαρκούν για να περιορισθεί το μέγεθος του συστηματικού σφάλματος**.
- ❑ Για να αξιολογήσουμε αν ένας συντελεστής  $\theta_k$  έχει τιμή «σημαντικά διαφορετική» από 0, θα πρέπει όπως και στην περίπτωση της παλινδρόμησης να εξετάσουμε αν η τιμή του σχετικού ορίου – t είναι επαρκώς υψηλή. Εάν η τιμή του t είναι μεγαλύτερη από 1,96, τότε με βεβαιότητα 95% η τιμή του συντελεστή  $\theta_k$  είναι διαφορετική από 0, και επομένως το χαρακτηριστικό  $k$  έχει σημαντική επιρροή στις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι.
- ❑ Παράλληλα θα πρέπει να εξετάσουμε εάν το πρόσημο του συντελεστή συμφωνεί με την Θεωρία ή την αντίληψη που έχουμε για το πώς συμπεριφέρονται οι μετακινούμενοι.

- Η απόρριψη ή μη, μιας μεταβλητής/χαρακτηριστικού (με συντελεστή που έχει σωστό πρόσημο) ως επεξηγηματική μεταβλητή, εξαρτάται από την σπουδαιότητα της. Οι μεταβλητές μπορούν να χωρισθούν σε δύο κατηγορίες:
  - Οι «θεωρητικά συσχετιζόμενες μεταβλητές» για τις οποίες υπάρχει θεωρητική αιτιολόγηση ότι έχουν ισχυρή σχέση με τις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι (π.χ. κόστος), ή οι «μεταβλητές πολιτικής/σχεδιασμού» που είναι κρίσιμες για τις προβλέψεις του μοντέλου (π.χ. αν σχεδιάζουμε να βελτιώσουμε την αξιοπιστία ενός μέσου, η μεταβλητή «αξιοπιστία» θα πρέπει να συμπεριλαμβάνεται στο μοντέλο.
  - Άλλες μεταβλητές που είτε δεν είναι κρίσιμες για την αξιολόγηση της πολιτικής που εξετάζουμε (πχ. το φύλο), είτε δεν υπάρχει θεωρητική αιτιολόγηση για να συμπεριληφθούν ή να απορριφθούν από το μοντέλο.
- Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζουμε τις συνθήκες υπό τις οποίες μια μεταβλητή απορρίπτεται ή συμπεριλαμβάνεται στο μοντέλο.

**Τιμές του t για την επιλογή των μεταβλητών του μοντέλου**

Συντελεστής της μεταβλητής		Χαρακτηριστικό / μεταβλητή μοντέλου	
		Θεωρητικά Σχετικές Μεταβλητές ή Μεταβλητές Σχεδιασμού / Πολιτικής	Άλλες μεταβλητές
<b>Σωστό πρόσημο</b>	στατιστικά <b>ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΣ</b>	συμπεριλαμβάνεται	συμπεριλαμβάνεται
	στατιστικά <b>ΜΗ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΣ</b>	συμπεριλαμβάνεται	Μπορεί να απορριφθεί
<b>Λάθος πρόσημο</b>	στατιστικά <b>ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΣ</b>	<b>Μεγάλο πρόβλημα προτυποποίησης</b>	<b>Απορρίπτεται</b>
	στατιστικά <b>ΜΗ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΣ</b>	<b>Πρόβλημα προτυποποίησης</b>	<b>Απορρίπτεται</b>

Παράδειγμα υπολογισμού συντελεστών συνάρτησης ωφέλειας

Να υπολογισθούν οι συντελεστές της συνάρτησης ωφέλειας δυαδικού μοντέλου διακριτών επιλογών από τα στοιχεία που δίνονται στον ακόλουθο πίνακα, όπου

- από δείγμα 3 μετακινούμενων δίδεται η επιλογή που κάνει ο κάθε ένας
- το κόστος είναι το μόνο χαρακτηριστικό που επηρεάζει τις επιλογές, και οι τιμές αυτού του χαρακτηριστικού δίδονται για κάθε μέσο :

Παρατήρηση μετακινούμενος (q)	Επιλογή	$x_{1q}$ κόστος μέσου 1	$x_{2q}$ κόστος μέσου 2
1	1	3	5
2	1	2	1
3	2	4	3

Να υπολογισθεί η πιθανότητα επιλογής μέσου που προβλέπει το δυαδικό μοντέλο επιλογής.

Να θεωρήσετε ότι η ωφέλεια είναι συνάρτηση μόνο του κόστους, και δεν περιλαμβάνει σταθερά.

Παράδειγμα υπολογισμού συντελεστών ωφέλειας

Δεδομένου ότι η ωφέλεια δεν περιλαμβάνει σταθερά, η συνάρτηση ωφέλειας για κάθε μέσο εκφράζεται ως εξής:

$$V_{1q} = \theta \cdot x_{1q} \qquad V_{2q} = \theta \cdot x_{2q}$$

$V_{1q}$  η ωφέλεια που έχει ο μετακινούμενος q αν κάνει την επιλογή 1

$V_{2q}$  η ωφέλεια που έχει ο μετακινούμενος q αν κάνει την επιλογή 2

Η πιθανότητα ο μετακινούμενος q να επιλέξει το μέσο 1 ή το μέσο 2, εκφράζεται με το δυαδικό μοντέλο Logit:

$$P_{1q} = \frac{\exp(V_{1q})}{\exp(V_{1q}) + \exp(V_{2q})} \qquad P_{2q} = \frac{\exp(V_{2q})}{\exp(V_{1q}) + \exp(V_{2q})} \Rightarrow$$

Παράδειγμα υπολογισμού συντελεστών ωφέλειας

Η τιμή του συντελεστή  $\theta$  είναι εκείνη που μεγιστοποιεί την συνάρτηση πιθανότητας.

$$L(\theta) = \prod_q \prod_{A_j} (P_{jq})^{g_{jq}}$$

Η απλούστερα τον λογάριθμο της:

$$l(\theta) = \log L(\theta) = \sum_q \sum_{A_j} g_{jq} \log P_{jq}$$

$$g_{jq} = \begin{cases} 1 & \text{εάν το } A_j \text{ έχει επιλεγεί από τον μετακινούμενο } q \\ 0 & \text{στις υπόλοιπες περιπτώσεις} \end{cases}$$

Από τα δεδομένα του προβλήματος, προκύπτει η συνάρτηση πιθανότητας  $L(\theta)$  και ο λογάριθμος της  $l(\theta)$ :

$$l(\theta) = 1 \times \log(P_{11}) + 0 \times \log(P_{21}) + 1 \times \log(P_{12}) + 0 \times \log(P_{22}) + \\ + 0 \times \log(P_{13}) + 1 \times \log(P_{23})$$

$$\Rightarrow l(\theta) = \log(P_{11}) + \log(P_{12}) + \log(P_{23})$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των  $P_{11}$ ,  $P_{12}$  και  $P_{23}$ ,

$$P_{11} = \frac{e^{3\theta}}{e^{3\theta} + e^{5\theta}} \quad P_{12} = \frac{e^{2\theta}}{e^{1\theta} + e^{2\theta}} \quad P_{23} = \frac{e^{3\theta}}{e^{3\theta} + e^{4\theta}}$$

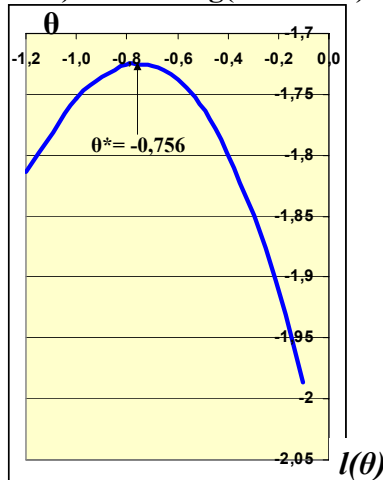
$$I(\theta) = 3\theta - \log(e^{3\theta} + e^{5\theta}) + 2\theta - \log(e^\theta + e^{2\theta}) + 3\theta - \log(e^{3\theta} + e^{4\theta})$$

$$\Rightarrow I(\theta) = 8\theta - \log(e^{3\theta} + e^{5\theta}) - \log(e^\theta + e^{2\theta}) - \log(e^{3\theta} + e^{4\theta})$$

Η βέλτιστη τιμή του συντελεστή  $\theta$  είναι εκείνη που μεγιστοποιεί την τιμή της συνάρτησης  $I(\theta)$ .

Οι τιμές των συντελεστών των μοντέλων διακριτής επιλογής προσδιορίζονται με χρήση εξειδικευμένων πακέτων Η/Υ. Σε απλές περιπτώσεις (δηλ. με ένα συντελεστή, ή με δύο όταν δίνεται η τιμή του ενός\*) όπως αυτές του παραδείγματος, η τιμή μπορεί να προσδιορισθεί γραφικά.

\* π.χ. μπορεί να δίδεται η τιμή του συντελεστή του χρόνου διαδρομής και το φάσμα τιμών της αξίας του χρόνου, οπότε προσδιορίζεται εύκολα η τιμή του συντελεστή του κόστους της μετακίνησης, δοκιμάζοντας διαφορετικές τιμές στην συνάρτηση  $I(\theta)$ .



Η μέθοδος

των δεδηλωμένων προτιμήσεων



**Έρευνες δεδηλωμένων προτιμήσεων**

Η αξιοπιστία ενός συγκοινωνιακού μοντέλου και των προβλέψεων που κάνει εξαρτάται από την ποιότητα των στοιχείων που περιγράφουν την συμπεριφορά του συστήματος κάτω από ευρύ φάσμα διαφορετικών συνθηκών.

- Παρατηρήσεις (π.χ. μετρήσεις κυκλοφοριακών, επιβατική κίνηση μέσω μαζικής μεταφοράς)
- Εθνικές έρευνες (απογραφή πληθυσμού, κατανάλωση νοικοκυριών),
- Έρευνες Μετακινήσεων (παρά την οδό (Π-Π), έρευνες νοικοκυριών – ημερολόγιο μετακινήσεων (travel diary),



Διερεύνηση της συμπεριφοράς των μετακινούμενων

Μηχανισμός

- γένεσης μετακινήσεων
- επιλογών που κάνουν οι μετακινούμενοι



- έρευνα εκδηλωμένων προτιμήσεων
- έρευνα δεδηλωμένων προτιμήσεων

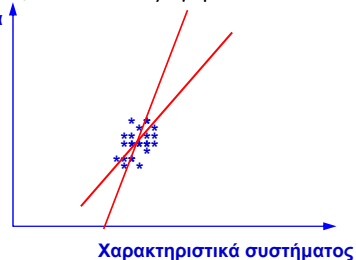
**Στοιχεία εκδηλωμένων προτιμήσεων**

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας 1980 τα στοιχεία που απαιτούνται για τον προσδιορισμό της μορφής των συγκοινωνιακών μοντέλων και των συντελεστών τους, προέρχονταν από παρατηρήσεις των πραγματικών αποφάσεων και επιλογών που έκαναν οι μετακινούμενοι - δηλ. στοιχεία εκδηλωμένων προτιμήσεων (revealed preferences data). Π.χ. τι μεταφορικό μέσο επιλέγει ο μετακινούμενος ? ποια διαδρομή ακολουθεί ?

**Μειονεκτήματα**

- Χαμηλή μεταβλητότητα των παρατηρούμενων χαρακτηριστικών δεν επιτρέπει τον προσδιορισμό συσχετίσεων, καθορισμό σχέσεων  
⇒ Μεγαλύτερο Δείγμα - Υψηλό κόστος έρευνας αγοράς
- Στο δείγμα που χρησιμοποιούμε, ορισμένα χαρακτηριστικά των επιλογών, μπορεί να παρουσιάζουν υψηλή συσχέτιση με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατόν να διαχωρίσουμε τις επιπτώσεις τους στην εκτίμηση των συντελεστών του μοντέλου
- Δεν μπορούμε να τα χρησιμοποιήσουμε για την πρόβλεψη επιλογής νέου μέσου / συστήματος με χαρακτηριστικά εντελώς διαφορετικά των υπαρχόντων συστημάτων

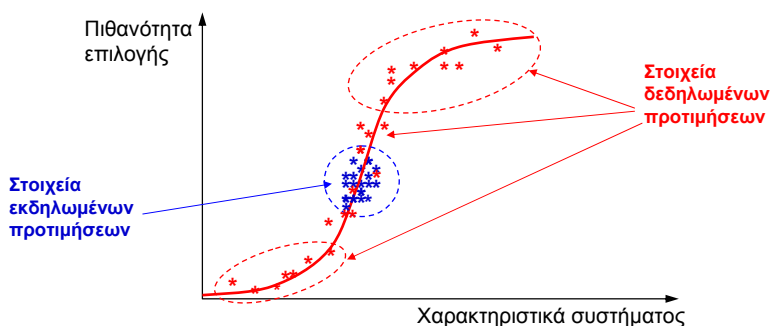
Πιθανότητα επιλογής



**Τρένο υψηλής ταχύτητας**  
**Αστικός αυτοκινητόδρομος με διόδo**

Έρευνες δεδηλωμένων προτιμήσεων

- ❑ Οι έρευνες δεδηλωμένων προτιμήσεων παρέχουν μια εναλλακτική λύση για να παρακάμψουμε τους περιορισμούς που θέτουν τα στοιχεία εκδηλωμένων προτιμήσεων.
- ❑ Μέθοδος δίνει την δυνατότητα στον αναλυτή να πειραματιστεί με επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι, και να διερευνήσει ποια χαρακτηριστικά του συστήματος επηρεάζουν τις επιλογές που κάνουν οι μετακινούμενοι, και πως τα σταθμίζουν.
- ❑ Διαφορετικά υποθετικά σενάρια επιλογής παρουσιάζονται στον μετακινούμενο. Τα σενάρια καλύπτουν ένα εκτενές φάσμα διαφορετικών καταστάσεων του συστήματος και τιμών των χαρακτηριστικών του, έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η απαιτούμενη μεταβλητότητα για την εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου

Μεταβλητότητα των χαρακτηριστικών του συστήματος σε πειράματα δεδηλωμένης προτίμησης, για τον προσδιορισμό μοντέλου επιλογής

Ιδιότητες/χαρακτηριστικά των ερευνών δεδηλωμένων προτιμήσεων

- ❑ Βασίζονται στην εκμείωση δηλώσεων από μετακινούμενους για το πώς ανταποκρίνονται σε διαφορετικές υποθετικές επιλογές που αφορούν μετακινήσεις
- ❑ Κάθε εναλλακτική επιλογή παρουσιάζεται σαν ένα «πακέτο» διαφορετικών χαρακτηριστικών όπως χρόνος μετακίνησης, κόστος, αξιοπιστία μέσου, συχνότητα μέσου κλπ
- ❑ Ο αναλυτής φτιάχνει αυτές τις υποθετικές εναλλακτικές επιλογές, έτσι ώστε η επίπτωση του κάθε χαρακτηριστικού της δυνατής επιλογής, να μπορεί να εκτιμηθεί. Αυτό επιτυγχάνεται με χρήση ειδικών μεθόδων σχεδιασμού πειραμάτων που εξασφαλίζουν ότι η μεταβλητότητα των χαρακτηριστικών σε κάθε «πακέτο» είναι στατιστικά ανεξάρτητες από κάθε άλλη. (για να αποφεύγεται η συγγραμμικότητα των χαρακτηριστικών που οδηγεί σε λανθασμένες εκτιμήσεις των συντελεστών του μοντέλου).
- ❑ Τα εναλλακτικά σενάρια που παρουσιάζονται στους μετακινούμενους θα πρέπει να είναι εύκολα κατανοητά, να δίνουν την εντύπωση ότι αναπαριστούν πιθανές και ρεαλιστικές καταστάσεις, και να σχετίζονται με τις μετακινήσεις που κάνουν τώρα.

Ιδιότητες/χαρακτηριστικά των ερευνών δεδηλωμένων προτιμήσεων

- ❑ Οι μετακινούμενοι δηλώνουν τις προτιμήσεις τους είτε :
  - Επιλέγουν από ένα ζεύγος ή ομάδα εναλλακτικών επιλογών («πακέτων») που τους παρουσιάζεται.
  - Κατατάσσουν τα «πακέτα» με την σειρά της ελκυστικότητας που έχουν
  - Βαθμολογούν κάθε «πακέτο» σε μια κλίμακα που δείχνει πόσο ισχυρή είναι η προτίμηση που έχουν.

## Παράδειγμα Πειράματος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων

### Παράδειγμα πειράματος δεδηλωμένης προτίμησης - Επιλογή από ζεύγος εναλλακτικών επιλογών

σενάριο 1	<b>Κλειστός αυτοκινητόδρομος 2+2</b> Χρόνος διαδρομής: 2 ώρες Κόστος διοδίου: € 13,00	<b>Σιδηρόδρομος Υψηλής Ταχύτητας</b> Χρόνος διαδρομής: 1 ώρα & 40 λεπτά Κόμιστρο: € 18,00
σενάριο 2	<b>Κλειστός αυτοκινητόδρομος 2+2</b> Χρόνος διαδρομής: 3 ώρες Κόστος διοδίου: € 15,00	<b>Σιδηρόδρομος Υψηλής Ταχύτητας</b> Χρόνος διαδρομής: 2 ώρες Κόμιστρο: € 25,00
σενάριο 3	<b>Κλειστός αυτοκινητόδρομος 2+2</b> Χρόνος διαδρομής: 3 ώρες Κόστος διοδίου: € 18,00	<b>Σιδηρόδρομος Υψηλής Ταχύτητας</b> Χρόνος διαδρομής: 1 ώρα & 40 λεπτά Κόμιστρο: € 32,00

## Παράδειγμα Πειράματος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων

### Παράδειγμα πειράματος δεδηλωμένης προτίμησης (stated preferences experiment)

#### κατάταξη **πακέτο** - Κατάταξη εναλλακτικών λύσεων

1	<b>(Α) Κλειστός αυτοκινητόδρομος 2+2</b> Χρόνος διαδρομής: 2 ώρες Κόστος διοδίου: € 13,00
2	<b>(Β) Σιδηρόδρομος Υψηλής Ταχύτητας</b> Χρόνος διαδρομής: 1 ώρα & 40 λεπτά Κόμιστρο: € 18,00
3	<b>(Γ) Σιδηρόδρομος Υψηλής Ταχύτητας</b> Χρόνος διαδρομής: 2 ώρες Κόμιστρο: € 25,00
4	<b>(Δ) Κλειστός αυτοκινητόδρομος 2+2</b> Χρόνος διαδρομής: 3 ώρες Κόστος διοδίου: € 15,00

Η κατάταξη θεωρείται ισοδύναμη με μια σειρά σεναρίων από ζεύγη εναλλακτικών επιλογών. Τα ζεύγη αυτά, είναι όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί των «πακέτων» που παρουσιάζονται στον συμμετέχοντα στο πείραμα δεδηλωμένης προτίμησης. Η σειρά κατάταξης καθορίζει την επιλογή που θα έκανε ο μετακινούμενος αν είχε να επιλέξει μεταξύ των δύο πακέτων που αναπαριστούν κάθε ζεύγος εναλλακτικών επιλογών.

Ζεύγος εναλλακτικών επιλογών	επιλογή
(Α) – (Β)	(Α)
(Α) – (Γ)	(Α)
(Α) – (Δ)	(Α)
(Β) – (Γ)	(Β)
(Β) – (Δ)	(Β)
(Γ) – (Δ)	(Γ)

## Παράδειγμα Πειράματος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων

### Μήπως ξεχάσαμε κάτι?

#### Πόσοι ταξιδεύουν μαζί ?

Κόστος με τρένο = αριθμός μετακινούμενων X κόμιστρο  
Κόστος με αυτοκίνητο = σταθερό = Κόστος διοδίου  
+ **Κόστος καυσίμου ?**

#### Ποιος είναι ο σκοπός ταξιδιού ?

πόσο **ακριβός** είναι ο χρόνος του μετακινούμενου?

**ποιος πληρώνει** για το ταξίδι??

#### Ποια είναι η αξιοπιστία του χρόνου διαδρομής ?

Τα τρένα έχουν καθυστερήσεις?

Ποια η συχνότητα των δρομολογίων του τρένου?

#### Πόσο εύκολο είναι να πάω στον σιδηροδρομικό σταθμό?

πόσο χρόνο παίρνει? Πόσο κοστίζει?

## ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡ. ΕΠΙΛΟΓΩΝ :

## Μέθοδος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων

### Σχεδιασμός πειράματος δεδηλωμένων προτιμήσεων

Ο σχεδιασμός περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

- Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών που παρουσιάζονται στους συμμετέχοντες στο πείραμα και των τιμών που θα έχουν αυτά τα χαρακτηριστικά στα διάφορα «πακέτα» που θα παρουσιάζονται.
- Σχεδιασμός της παρουσίασης των εναλλακτικών σεναρίων
- Προσδιορισμός της μορφής των προτιμήσεων όπως θα εκφράζονται από τους συμμετέχοντες στο πείραμα.

Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών και των τιμών τους

- Τα χαρακτηριστικά των επιλογών που συμπεριλαμβάνονται στην διαμόρφωση των «πακέτων» που παρουσιάζονται στους συμμετέχοντες στο πείραμα, θα πρέπει να **περιλαμβάνουν τα πλέον σημαντικά που καθορίζουν την επιλογή, καθώς και εκείνα που οι τιμές τους θα επηρεασθούν από τις παρεμβάσεις που πρόκειται να υλοποιηθούν**. Για παράδειγμα, ο χρόνος και το κόστος είναι τα πλέον σημαντικά χαρακτηριστικά, αλλά αν διερευνάμε τις επιπτώσεις της αύξησης ή μείωσης της συχνότητας ενός μέσου, το χαρακτηριστικό αυτό θα πρέπει να συμπεριληφθεί.
- Ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δίνεται έτσι ώστε τα «πακέτα» να αναπαριστούν **ρεαλιστικές εναλλακτικές επιλογές**. Για παράδειγμα, μια επιλογή που προσφέρει υψηλή ποιότητα, υψηλή συχνότητα και χαμηλό κόστος μπορεί να θεωρηθεί μη ρεαλιστική και συνεπώς να μειώσει την σοβαρότητα με την αντιμετώπιζον το πείραμα οι συμμετέχοντες.

Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών και των τιμών τους

- Θα πρέπει να προσδιορίσουμε ποιες εναλλακτικές επιλογές θα πρέπει να ληφθούν υπόψη στο πείραμα, εξετάζοντας όλες τις εναλλακτικές επιλογές που έχουν διαφορετικές κατηγορίες μετακινούμενων. Π.χ. διαφορετικά επίπεδα εξυπηρέτησης ενός μέσου ή/και ανταγωνισμός με άλλα μέσα?

**Παράδειγμα:**

Σιδηροδρομική σύνδεση Αθήνας – Θεσ/νίκης με τρένα υψηλής ταχύτητας

– Θα πρέπει να εξετασθεί ο ανταγωνισμός

- με συμβατικά τρένα σε δείγμα υφιστάμενων χρηστών σιδηρόδρομου
- με λεωφορεία σε δείγμα υφιστάμενων χρηστών λεωφορείου,
- με αεροπλάνα, εφόσον το κόστος και ο συνολικός χρόνος διαδρομής το κάνουν το νέο μέσο ανταγωνιστικό
- με το ΙΧ σε δείγμα υφιστάμενων χρηστών ΙΧ

Προσδιορισμός των χαρακτηριστικών των εναλλακτικών επιλογών και των τιμών τους

- Ο σχεδιασμός του πειράματος θα πρέπει να είναι **«ορθογωνικός»** δηλ. οι τιμές των διαφόρων χαρακτηριστικών θα πρέπει να μεταβάλλονται ανεξάρτητα μεταξύ τους. Το πλεονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι οι επιπτώσεις κάθε χαρακτηριστικού στις προτιμήσεις προσδιορίζονται πιο εύκολα. Για παράδειγμα αν σε όλα τα εναλλακτικά «πακέτα» ο χρόνος διαδρομής αυξάνεται με τον ίδιο περίπου ρυθμό που μειώνεται το κόστος διαδρομής τότε δεν είναι εύκολο να προσδιορίσουμε αν οι αλλαγές στις προτιμήσεις προέρχονται από τις μεταβολές στον χρόνο μετακίνησης ή στο κόστος μετακίνησης, και πιο συγκεκριμένα ποιος είναι ο βαθμός επιρροής του χρόνου και ποιος του κόστους στις προτιμήσεις των μετακινούμενων.

- Στα εναλλακτικά σενάρια που παρουσιάζονται στους συμμετέχοντες στο πείραμα θα πρέπει να περιλαμβάνονται όσον το δυνατό περισσότεροι συνδυασμοί χαρακτηριστικών και των διαφορετικών τιμών τους.

- Για παράδειγμα εάν αναλύουμε ένα MMM με τρία χαρακτηριστικά (κόμιστρο, συχνότητα και χρόνο διαδρομής) και κάθε χαρακτηριστικό έχει δύο επίπεδα τιμών (υψηλό και χαμηλό), δημιουργούμε  $2^3 = 8$  εναλλακτικές επιλογές

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΡΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ ΤΙΜΩΝ			
επιλογή	ΚΟΜΙΣΤΡΟ	ΧΡΟΝΟΣ ΔΙΑΔΡ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
1	Χαμηλό	Γρήγορο	Αραιή
2	Χαμηλό	Γρήγορο	Συχνή
3	Χαμηλό	Αργό	Αραιή
4	Χαμηλό	Αργό	Συχνή
5	Υψηλό	Γρήγορο	Αραιή
6	Υψηλό	Γρήγορο	Συχνή
7	Υψηλό	Αργό	Αραιή
8	Υψηλό	Αργό	Συχνή

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡ. ΕΠΙΛΟΓΩΝ :**

**Μέθοδος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων**

- Έστω ότι το υφιστάμενο επίπεδο εξυπηρέτησης με MMM είναι :  
χρόνος διαδρομής 28 mins, συχνότητα 2 οχ./ώρα  
και το κόμιστρο είναι 0,60 ΕΥΡΩ

- Πρόκειται να βελτιώσουμε το παρεχόμενο επίπεδο εξυπηρέτησης και θέλουμε να βρούμε πόσο μπορούμε να αυξήσουμε το κόμιστρο.

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΡΙΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΙ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ ΤΙΜΩΝ			
επιλογή	ΚΟΜΙΣΤΡΟ (ΕΥΡΩ)	ΧΡΟΝΟΣ ΔΙΑΔΡ (mins)	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (οχ/ώρα)
1	0,60	20	2
2	0,60	20	4
3	0,60	28	2
4	0,60	28	4
5	0,95	20	2
6	0,95	20	4
7	0,95	28	2
8	0,95	28	4

- Θα πρέπει να μεταβάλουμε τα χαρακτηριστικά του συστήματος αρκετά έτσι ώστε να προκαλέσει αλλαγές στις προτιμήσεις, αλλά όχι τόσο ώστε να κάνει τις εναλλακτικές επιλογές μη ρεαλιστικές

γεγονός που θα μείωνε την αξιοπιστία του πειράματος

**ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΚΡ. ΕΠΙΛΟΓΩΝ :**

**Μέθοδος Δεδηλωμένων Προτιμήσεων**

Παράδειγμα:

**Αξιολόγηση  
σεναρίων πειράματος  
δεδηλωμένων  
προτιμήσεων**

Για τον προσδιορισμό της αξίας του χρόνου που απαιτείται για τον υπολογισμό του ύψους του διοδίου σε νέο αυτοκινητόδρομο, σχεδιάζεται πείραμα δεδηλωμένων προτιμήσεων. Προτείνονται 2 ομάδες σεναρίων, τα σενάρια 1-8 και τα σενάρια 9 - 16.

Η μία από αυτές τις ομάδες δεν μπορεί να οδηγήσει σε ένα αξιόπιστο μοντέλο επιλογής.

Τποια ομάδα σεναρίων θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί?

σενάριο	Νέος Αυτοκινητόδρομος		Υπάρχουσα εθνική οδός	
	χρόνος διαδρομής	κόστος διοδίου	χρόνος διαδρομής	κόστος διοδίου
1	50	8	155	1
2	65	8	170	1,5
3	65	7	150	1
4	70	6,5	150	1,5
5	60	6,5	135	2
6	55	6	110	3
7	65	6	105	4
8	60	6	90	5

σενάριο	Νέος Αυτοκινητόδρομος		Υπάρχουσα εθνική οδός	
	χρόνος διαδρομής	κόστος διοδίου	χρόνος διαδρομής	κόστος διοδίου
9	60	8	180	1
10	55	8	160	2
11	80	4	180	1,5
12	70	6	160	3
13	50	8	110	1
14	60	7	115	1
15	70	5	110	2,5
16	60	8	90	5



Το μοντέλο επιλογής θα έχει την μορφή δυαδικού Logit.

$$P_a = \frac{e^{V_a}}{e^{V_a} + e^{V_b}} \Rightarrow P_a = \frac{1}{1 + e^{V_b - V_a}} \quad P_b = 1 - P_a$$

$P_a, P_b$  η πιθανότητα επιλογής του νέου αυτοκινητόδρομου (α) και της υφιστάμενης εθνικής οδού (b) αντίστοιχα,

$$V_a = \beta_0 + \beta_1 \cdot T_a + \beta_2 \cdot C_a$$

$$V_b = \beta_1 \cdot T_b + \beta_2 \cdot C_b$$

Οι συναρτήσεις ωφέλειας των δύο εναλλακτικών οδών, όπου  $T$  και  $C$  χρόνος και το κόστος διοδίου.

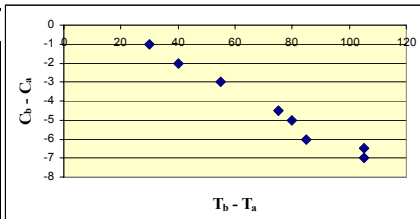
$$\Rightarrow P_a = \frac{1}{1 + e^{-\beta_0 + \beta_1 \cdot (T_b - T_a) + \beta_2 \cdot (C_b - C_a)}}$$

Επομένως οι επεξηγηματικές μεταβλητές του μοντέλου είναι η διαφορά του χρόνου διαδρομής και του κόστους.

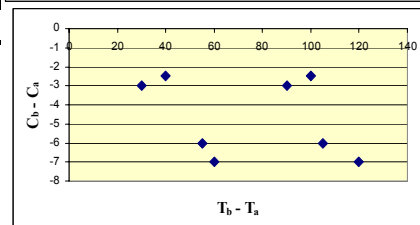
Απαραίτητη προϋπόθεση για την ανάπτυξη ενός αξιόπιστου μοντέλου είναι οι επεξηγηματικές μεταβλητές να μην είναι συγγραμικές. Εάν είναι, τότε δεν είναι δυνατόν να εκτιμηθεί η επιρροή της κάθε μεταβλητής στην διαμόρφωση των αποφάσεων που παίρνουν οι μετακινούμενοι. Η συγγραμικότητα μπορεί να ελεγχθεί με υπολογισμό του συντελεστή συσχέτισης. Παράλληλα όμως, και μια γραφική απεικόνιση των στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γίνει μια προκαταρκτική αξιολόγηση των στοιχείων.

Η γραφική απεικόνιση δείχνει ότι με τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα σενάρια 1-8, οι επεξηγηματικές μεταβλητές είναι συγγραμικές. Επομένως τα σενάρια 1-8 δεν θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν στην έρευνα δεδηλωμένων προτιμήσεων.

σενάριο	$T_b - T_a$	$C_b - C_a$
1	105	-7
2	105	-6,5
3	85	-6
4	80	-5
5	75	-4,5
6	55	-3
7	40	-2
8	30	-1



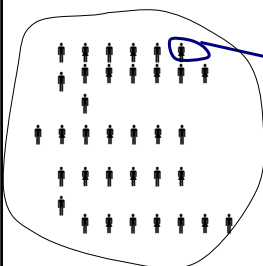
σενάριο	$T_b - T_a$	$C_b - C_a$
9	120	-7
10	105	-6
11	100	-2,5
12	90	-3
13	60	-7
14	55	-6
15	40	-2,5
16	30	-3



## Αθροιστικές επιλογές και προβλέψεις

### Αθροιστικές επιλογές και προβλέψεις

- Ο σκοπός της φάσης του καταμερισμού στα μέσα και γενικότερα της ανάλυσης ενός προβλήματος διακριτών επιλογών είναι να είναι να υπολογίσει τον αριθμό των μετακινούμενων που κάνουν συγκεκριμένες επιλογές, να υπολογίσει δηλαδή τις αθροιστικές επιλογές στην περιοχή μελέτης.
- Τα πλέον αξιόπιστα μοντέλα που αναπαριστούν την συμπεριφορά των μετακινούμενων είναι τα εξατομικευμένα μοντέλα, ή μοντέλα διακριτών επιλογών. Ο στόχος της ανάλυσης είναι επομένως η πρόβλεψη των αθροιστικών επιλογών στην περιοχή μελέτης από :



- Ένα εξατομικευμένο μοντέλο,  $P(i | X_n)$
- που βασίζεται στα χαρακτηριστικά  $X_n$  του κάθε μετακινούμενου και του ιδιαίτερου προβλήματος επιλογής που αντιμετωπίζει
- Έχοντας όμως μόνο περιορισμένη πληροφορία σχετικά με τις τιμές των επεξηγηματικών μεταβλητών.

### Προβλέψεις αθροιστικών επιλογών

Το ποσοστό  $PR(i)$  του πληθυσμού που κάνει την επιλογή  $i$  υπολογίζεται από την σχέση :

$$PR(i) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N P(i | X_n)$$

Όπου

$N$  είναι το μέγεθος του πληθυσμού, δηλ. όλοι οι μετακινούμενοι στην περιοχή μελέτης,

$n$  συμβολίζει τον κάθε μετακινούμενο, και  $P(i|X_n)$  είναι η πιθανότητα ο μετακινούμενος  $n$  να επιλέξει το  $i$  .

Η σχέση δεν μπορεί να εφαρμοσθεί στην πράξη δεδομένου ότι, απαιτεί τα χαρακτηριστικά\* **κάθε** μετακινούμενου και των επιλογών που έχει. (*η άθροιση γίνεται για  $N$  μετακινούμενους δηλ. για όλους τους μετακινούμενους στην περιοχή μελέτης*).

\* τα χαρακτηριστικά είναι οι μεταβλητές που περιλαμβάνονται στην συνάρτηση της ωφέλειας

### Προβλέψεις αθροιστικών επιλογών

Μέθοδοι υπολογισμού των αθροιστικών επιλογών στην περιοχή μελέτης, δηλ. του ποσοστού του πληθυσμού των μετακινούμενων που θα κάνει κάθε επιλογή, είναι :

- Η απλουστευτική μέθοδος (Naive method)
- Μέθοδος κατηγοριοποίησης της αγοράς (market segmentation)
- Μέθοδος απαρίθμησης δείγματος (artificial sample enumeration)

## Η απλουστευτική μέθοδος

Η απλουστευτική μέθοδος χρησιμοποιεί τους μέσους όρους των χαρακτηριστικών των μετακινούμενων και των επιλογών για να υπολογίσει το ποσοστό (την πιθανότητα) των μετακινούμενων που κάνει κάθε επιλογή.

$$P(i) = \frac{e^{\bar{V}_i}}{e^{\bar{V}_i} + e^{\bar{V}_j}}$$

$\bar{V}_i$  η μέση ωφέλεια από την επιλογή i

$$\bar{V}_i = \beta_0 + \beta_1 \overline{IVTT} + \beta_2 \overline{CST} + \beta_3 \overline{INC} + \dots$$

όπου

$\overline{IVTT}$  Ο μέσος χρόνος εντός του οχήματος

$\overline{CST}$  Το μέσο κόστος μετακίνησης

$\overline{INC}$  Το μέσο εισόδημα στον πληθυσμό

## Η απλουστευτική μέθοδος

- Όταν εφαρμόζεται η απλουστευτική μέθοδος οι μέσες τιμές των επεξηγηματικών μεταβλητών αντικαθιστώνται στην συνάρτηση ωφέλειας. Οι μέσες τιμές των συναρτήσεων ωφέλειας που προκύπτουν με αυτό τον τρόπο, αντικαθιστώνται στις εξισώσεις των μοντέλων logit για να εκτιμηθεί το μερίδιο της κάθε επιλογής i (δηλ. το ποσοστό P<sub>i</sub> των μετακινούμενων που κάνουν κάθε επιλογή i).
- Το μερίδιο της κάθε επιλογής που υπολογίζεται με αυτή την μέθοδο δεν είναι το ίδιο με αυτό που προκύπτει σαν ο μέσος όρος των αντίστοιχων πιθανοτήτων στο σύνολο των μετακινούμενων.

Παράδειγμα εφαρμογής της απλουστευτικής μεθόδου

Με βάση στοιχεία κυκλοφοριακής έρευνας, βαθμονομήθηκε μοντέλο επιλογής μέσου, τύπου logit, όπου οι συναρτήσεις ωφέλειας του ΙΧ και ΜΜΜ δίνονται από τις σχέσεις:

$$V_{IX} = 1.0 - 0.1T_{IX}$$

$$V_{MMM} = - 0.1T_{MMM}$$

όπου T: ο χρόνος διαδρομής με το αντίστοιχο μέσο

Να υπολογισθούν τα μερίδια του ΙΧ και του ΜΜΜ, σε περιοχή με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά

Αριθμός μετακινούμενων	$T_{MMM} - T_{IX}$
200	10
200	-5

Παράδειγμα εφαρμογής της απλουστευτικής μεθόδου

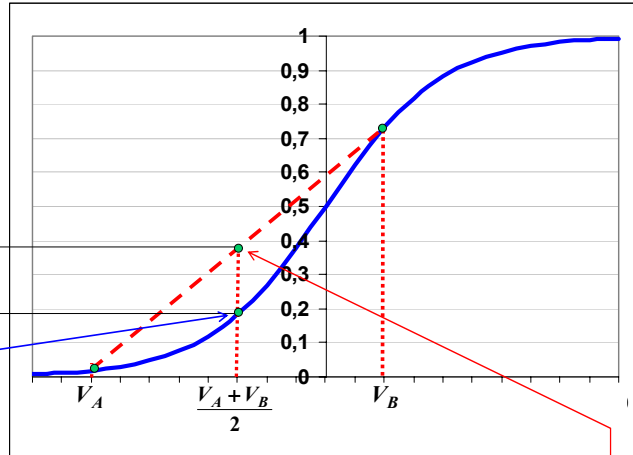
$$Pr(IX) = \frac{1}{1 + e^{-1.0 - 0.1(T_{MMM} - T_{IX})}}$$

$T_{MMM} - T_{IX}$	αριθμός μετακινούμενων	$V_{MMM} - V_{IX}$	Pr(IX)
10	200	-2.0	0.881
-5	200	-0.5	0.622
Μέσος όρος	2,5	-1,3	0,777

}  $\overline{Pr(IX)} = 0,751$

Επειδή το μοντέλο είναι μη γραμμικό, η χρήση της απλουστευτικής μεθόδου για την πρόβλεψη αθροιστικών επιλογών, εισάγει σφάλματα εκτίμησης

Σφάλμα αθροιστικών προβλέψεων



Εάν εξετάσουμε την περίπτωση δύο μετακινούμενων A και B, η αθροιστική πιθανότητα για το γκρουπ των δύο μετακινούμενων θα είναι  $[ P(V_A)+P(V_B) ] / 2$ . Όμως η απλουστευτική μέθοδος υπολογίζει αυτή την πιθανότητα σαν:  $P[ (V_A+V_B)/2 ]$ .

### Η μέθοδος κατηγοριοποίησης της αγοράς

- Στην μέθοδο κατηγοριοποίησης / τμηματοποίησης της αγοράς, το σύνολο των μετακινούμενων που αναλύεται, χωρίζεται σε τμήματα (κατηγορίες) με σχετικά ομοιόμορφα χαρακτηριστικά και στην συνέχεια κάθε κατηγορία αναλύεται ξεχωριστά.
- Οι μέσες τιμές των χαρακτηριστικών κάθε κατηγορίας εισάγονται στο μοντέλο επιλογής που υπολογίζει τις πιθανότητες επιλογής για κάθε κατηγορία. Στην συνέχεια υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος όλων των κατηγοριών όπου η βαρύτητα κάθε κατηγορίας καθορίζεται από το μέγεθος της.
- Το ποσοστό των μετακινούμενων που κάνει την επιλογή i, υπολογίζεται από την σχέση:

$$PR(i) = \frac{1}{N} \sum_{c=1}^C P(i | X_c) \cdot N_c$$

όπου

c συμβολίζει την κατηγορία με ομοιόμορφα χαρακτηριστικά,

N<sub>c</sub> είναι ο αριθμός των μετακινούμενων στην κατηγορία c

X<sub>c</sub> ο μέση τιμή του χαρακτηριστικών μέσα την κατηγορία c

- Η ακρίβεια της μεθόδου εξαρτάται από τον αριθμό των κατηγοριών, και τα κριτήρια βάσει των οποίων έγινε η κατηγοριοποίηση.

Παράδειγμα εφαρμογής

της μεθόδου κατηγοριοποίησης της αγοράς

Με βάση στοιχεία κυκλοφοριακής έρευνας, βαθμονομήθηκε μοντέλο επιλογής μέσου, τύπου logit, όπου οι συναρτήσεις ωφέλειας του ΙΧ και ΜΜΜ δίνονται από τις σχέσεις:

$$V_{IX} = 0.5 - 0.1T_{IX} + 0.5AA$$

$$V_{MMM} = -0.1T_{MMM}$$

όπου **T**: ο χρόνος διαδρομής με το αντίστοιχο μέσο

**AA**: η ιδιοκτησία ΙΧ

Να υπολογισθούν τα μερίδια του ΙΧ και του ΜΜΜ, σε περιοχή με τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον πίνακα

Αριθμός μετακινούμενων (Nc)	χρόνος διαδρομής με ΜΜΜ - χρόνος διαδρομής με ΙΧ (Δtt)	Ιδιοκτησία ΙΧ (AA)
60	20	1
20	-5	1
20	0	1
20	-5	1
20	-10	1
70	-12	1
40	30	2
20	25	2
10	20	2
10	15	2
15	10	2
35	-20	2

Η πιθανότητα επιλογής του ΙΧ υπολογίζεται από την σχέση

$$Pr(IX) = \frac{1}{1 + e^{-0.5 - 0.1(T_{MMM} - T_{IX}) - 0.5AA}} \Rightarrow$$

$$Pr(IX) = \frac{1}{1 + e^{-0.5 - 0.1\Delta t - 0.5AA}}$$

Για κάθε μια από τις κατηγορίες όπως ορίζεται από τα χαρακτηριστικά των μετακινούμενων (δηλ. στο συγκεκριμένο παράδειγμα από την ιδιοκτησία ΙΧ) και τα χαρακτηριστικά των επιλογών (δηλ. από τον χρόνο μετακίνησης με κάθε μέσο) υπολογίζεται ο η πιθανότητα χρήσης (δηλ. το μερίδιο που παίρνει το κάθε μέσο) ΙΧ και ΜΜΜ. Τα μερίδια σταθμίζονται με βάση των αριθμό των μετακινούμενων σε κάθε κατηγορία και στην συνέχεια υπολογίζεται ο σταθμισμένος μέσος όρος των μεριδίων στην περιοχή μελέτης

	Αριθμός μετακινούμενων (Nc)	χρόνος διαδρομής με MMM - χρόνος διαδρομής με IX (Δtt)	Ιδιοκτησία IX (AA)	$V_{MMM}-V_{IX}$	$Pr(IX)$	Χρήστες IX
	60	20	1	-3,0	0,953	57
	20	-5	1	-0,5	0,622	12
	20	0	1	-1,0	0,731	15
	20	-5	1	-0,5	0,622	12
	20	-10	1	0,0	0,500	10
	70	-12	1	0,2	0,450	32
	40	30	2	-4,5	0,989	40
	20	25	2	-4,0	0,982	20
	10	20	2	-3,5	0,971	10
	10	15	2	-3,0	0,953	10
	15	10	2	-2,5	0,924	14
	35	-20	2	0,5	0,378	13
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	<b>340</b>					<b>244</b>

⇒ με εφαρμογή της μεθόδου κατηγοριοποίησης της αγοράς προκύπτει ότι το ποσοστό χρήσης IX =  $244/340 = 71,7\%$

Εφαρμογή της απλουστευτικής μεθόδου απαιτεί τον υπολογισμό της μέσης\* διαφοράς των χρόνων διαδρομής και της μέσης\* ιδιοκτησίας IX στην περιοχή μελέτης. Ο μέση διαφορά των χρόνων διαδρομής είναι 4,29 λεπτά και η μέση ιδιοκτησία IX είναι 1,38. Αντικαθιστώντας στο μοντέλο logit, το ποσοστό χρήσης IX υπολογίζεται σε 83,5%, δηλ. μια υπερεκτίμηση κατά ~12% του ποσοστού που προκύπτει με εφαρμογή της μεθόδου κατηγοριοποίησης της αγοράς.

\* σταθμισμένος μέσος όρος

### Η μέθοδος απαρίθμησης του τεχνητού δείγματος

Στην μέθοδο απαρίθμησης του τεχνητού δείγματος,

- ❑ με βάση τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού που αναλύεται, δημιουργείται ένα τεχνητό δείγμα τα χαρακτηριστικά του οποίου ακολουθούν την ίδια κατανομή με αυτή που ακολουθούν τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού.
- ❑ Το δείγμα αυτό συνδέεται με τα χαρακτηριστικά της χωρικής κατανομής των μετακινήσεων στην περιοχή μελέτης, και έτσι σε κάθε μέλος του δείγματος αντιστοιχεί και μια μετακίνηση με τα χαρακτηριστικά της.
- ❑ Το μοντέλο επιλογής εφαρμόζεται σε κάθε μέλος του τεχνητού δείγματος και υπολογίζεται η πιθανότητα κάθε μέλος του τεχνητού δείγματος να κάνει μια επιλογή.
- ❑ Το ποσοστό του πληθυσμού που θα κάνει μια συγκεκριμένη επιλογή υπολογίζεται ως ο μέσος όρος των πιθανοτήτων που υπολογίσθηκαν για όλα τα μέλη του τεχνητού δείγματος

Η μέθοδος απαρίθμησης του τεχνητού δείγματος δίνει τα πλέον αξιόπιστα αποτελέσματα. Απαιτεί όμως μεγάλο αριθμό στοιχείων, εξειδικευμένο λογισμικό και γνώση στατιστικών μεθόδων και οικονομετρίας για την δημιουργία του τεχνητού δείγματος